

الطرائف والألغاز
فى الجبر والحساب
تأليف
سمير محمد عثمان الحفناوى
مكتبة جزيرة الورد ☎ ٢٢٥٧٨٨٢



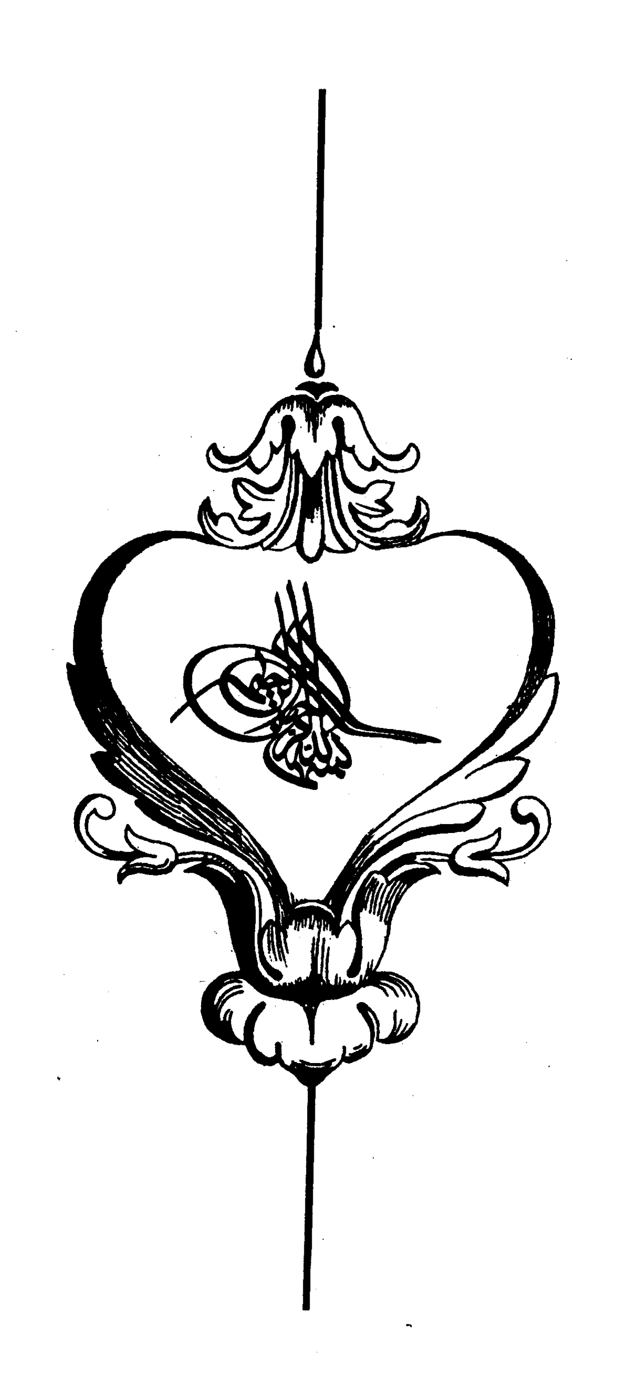
الطبعة الأولى

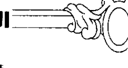
مكتبة جزيرة الورد

المنصورة ☎ ٢٢٥٧٨٨٢

إخراج فني وكمبيوتر

بانوراما قنديل للفنون ☎ ٠٤٠/٢٢٤١٣٢٩





مقدمة

لطالما رأيت أطفالا يتصببون عرقا أمام السبورة فى الفصل لأن مسألة قسمة طالت ولم تنته أو لأن المجهول زاد غموضا وفر المماس هاربا لا يريد ملامسة الدائرة . ورأيت هؤلاء الأطفال أنفسهم يتسلقون سور الحديقة بحماس وسرور متحملين فى سبيل الوصول إلى القمة كل أنواع الخمشات والكدمات وكلما أخفقوا زاد تهليلهم وقويت عزيمتهم وحاولوا من جديد والبِشر يملأ قلوبهم .

وساءلت نفسى لم لا يتحفزون للنجاح فى المادة العلمية بنفس النشوة ونفس الطرب ؟ وما الذى يمكن أن يستهوى الطفل ويرضيه وفى نفس الوقت يعلمه الرياضيات ؟ وشعرت بأن هذا لغز يستحق الحل وأن الحل هو اللغز

وكنت أحرص دائما على وضع لغز فى نهاية كل حصة رياضيات يفكر فيه الطالب فى الحصة التالية مباشرة حتى لا يتسرب من الدراسة أو من حصة الرياضيات على الأقل ، وقمت بهذا المجهود راض أن ينعم الطفل الصغير والطالب الكبير بالتأمل والتفكير المستقل وتحدى الصعوبة ويتذوق المتعة العقلية طالبا منها المزيد باحثا منقبا دون رقيب يحاسبه

متى أخطأ .

والكتاب :- يحوى طرائف وألغاز من مستويات مختلفة فبينما يجد فيه الرياضى الجاد مادة دسمة تثير فيه شهية التفكير والتأمل إذا بالطالب المبتدئ يقع فيه على ما يناسب قدراته ويعيد له ثقته بنفسه .

ولا تخلو كثير من صفحاته من رياضيات مفيدة تتمشى مع مناهج مدارسنا فى المراحل قبل الجامعية . ويحتوى الكتاب أيضا على مجموعة فكاهات ونوادر فى الرياضيات واختبارات الذكاء تبهج النفس وتشحذ الذهن .... والمشتغلون بالرياضيات من بين القراء سيكونون أكثر تعمقا فى البحث عن النظريات والقوانين التى يحتاج إليها الحل .. ومعلم الرياضيات يستفيد من هذا الكتاب ويقتبس منه ما يناسب تلاميذه ويحببهم فى الرياضيات .

وإننى أتقدم بالشكر والتقدير إلى كل من ألحوا على فى طلب هذا الكتاب والذين لولاهم لما ظهر هذا المؤلف . أمثال الأستاذ / فتحى صاحب مكتبة الإيمان بالمنصورة والأستاذ / إبراهيم عبد الملك الزغبى صاحب مؤلفات سلسلة براقو فى اللغة الإنجليزية .

ونسأل الله التسديد والتوفيق

المؤلف

سمير محمد عثمان الحفناوى



البـــاب الأول

طرائف الرياضيات

الباب الأول

طرائف الرياضيات

١- طرائف عن الجذر التربيعى

(١)

هناك طريقة عجيبة لإيجاد الجذر التربيعى وهى أن تقسم العدد المطلوب إيجاد جذره إلى قسمين وتجمع أرقام القسمة فحاصل جمعها يكون الجذر التربيعى وهاك بعض الأمثلة

(أ) $\sqrt{٨١} = ٨ + ١ = ٩$

(ب) $\sqrt{٢٠٢٥} = ٢٠ + ٢٥ = ٤٥$

(جـ) $\sqrt{٣٠٢٥} = ٣٠ + ٢٥ = ٥٥$

(د) $\sqrt{٩٨٠١} = ٩٨ + ١ = ٩٩$

(هـ) $\sqrt{٨٨٢٠٩} = ٨٨ + ٢٠٩ = ٢٩٧$

(و) $\sqrt{٤٩٤٢٠٩} = ٤٩٤ + ٢٠٩ = ٧٠٣$

(ز) $\sqrt{٩٩٨٠٠١} = ٩٩٨ + ١ = ٩٩٩$

ربما يسأل القارئ ولماذا لا نتبع هذه الطريقة البسيطة ؟ والجواب على ذلك هو أن السبع أعداد المذكورة أعلاه هى الأعداد الوحيدة التى تنطبق عليها القاعدة السابقة فيما لا يزيد عن المليون .

(٢)

الجذر التربيعى لكل من العددين ٦٥٦١ ، ٨٢٨١ يمكن الحصول عليه بجمع أرقام كل منها ثم عكس المجموع هكذا

٦٥٦١ = ٦ + ٥ + ٦ + ١ = ١٨ ‏ ‏ ‏ ‏ $\sqrt{٦٥٦١}$ = ٨١

٨٢٨١ = ٨ + ٢ + ٨ + ١ = ١٩ ‏ ‏ ‏ ‏ $\sqrt{٨٢٨١}$ = ٩١

(٣)

العدد ٧٨٤ هو العدد الوحيد الذى جذره التربيعى نتيجة حاصل ضرب رقمه الأول X رقمه الأخير

$\sqrt{٧٨٤}$ = ٧X٤ = ٢٨

٢- طرائف عن الجذر التكعيبى

(١)

هذه الأعداد الخمسة يمكن الحصول على جذرها التكعيبى من حاصل جمع أرقام كل منها .

(أ) $\sqrt[3]{٥١٢} = ٥ + ١ + ٢ = ٨$

(ب) $\sqrt[3]{٤٩١٣} = ٤ + ٩ + ١ + ٣ = ١٧$

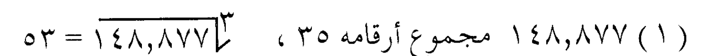
(جـ) $\sqrt[3]{٥٨٣٢} = ٥ + ٨ + ٣ + ٢ = ١٨$

(د) $\sqrt[3]{١٧٥٧٦} = ١ + ٧ + ٥ + ٧ + ٦ = ٢٦$

(هـ) $\sqrt[3]{١٩٦٨٣} = ١ + ٩ + ٦ + ٨ + ٣ = ٢٧$

(٢)

الجذر التكعيبى للأعداد الخمسة الآتية وكل منها يقل عن المليون عبارة عن عكس مجموع أرقامه .



(١) ١٤٨,٨٧٧ مجموع أرقامه ٣٥ ، $\sqrt[3]{١٤٨,٨٧٧} = ٥٣$

(٢) ٢٣٨,٨٢٨ مجموع أرقامه ٢٦ ، $\sqrt[3]{٢٣٨,٨٢٨} = ٦٢$

(٣) ٣٧٣,٢٤٨ مجموع أرقامه ٢٧ ، $\sqrt[3]{٣٧٣,٢٤٨} = ٧٢$

(٤) ٥٣١,٤٤١ مجموع أرقامه ١٨ ، $\sqrt[3]{٥٣١,٤٤١} = ٨١$

(٥) ٥٥١,٣٦٨ مجموع أرقامه ٢٨ ، $\sqrt[3]{٥٥١,٣٦٨} = ٨٢$

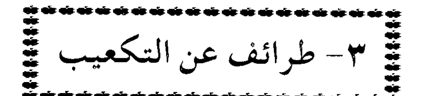
(٣)

الجذر التكعيبى للأعداد الثلاثة الآتية وكل منها يقل عن المليون ينتج من حاصل ضرب الرقم الأول X الأخير .

(١) $\sqrt[3]{١٢٥} = ٥ \times ١ = ٥$

(٢) $\sqrt[3]{٣٢٧٥} = ٥ \times ٣ = ١٥$

(٣) $\sqrt[3]{٩١١٢٥} = ٥ \times ٩ = ٤٥$



٣- طرائف عن التكعيب

(١)

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$$

$$1^3 + 6^3 + 8^3 = 9^3$$

$$6^3 + 8^3 + 10^3 = 12^3$$

(٢)

$$1^3 + 5^3 + 7^3 + 12^3 = 13^3$$

$$2^3 + 3^3 + 8^3 + 13^3 = 14^3$$

$$1^3 + 2^3 + 7^3 + 10^3 + 14^3 = 16^3$$

(٣)

$$1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$$

$$3^3 + 7^3 + 0^3 = 370$$

$$4^3 + 0^3 + 7^3 = 407$$

(٤)

العــدد ١٧٢٩ هو الوحــيــد الذى يمكن أن يكون بطريقتين مجموع مكعبين مختلفين .

$$١٧٢٩ = ١٧٢٨ + ١ = ١٢^{٣} + ١^{٣}$$

$$= ١٠٠٠ + ٧٢٩ = ١٠^{٣} + ٩^{٣}$$

(٥)

لاحــظ أن : $١٠ = ١ + ٢ + ٣ + ٤$ ولــكــن $١٠٠ = ١^{٣} + ٢^{٣} + ٣^{٣} + ٤^{٣}$

(٦)

الرقم الوحيد الذى يعطى مربع كامل حين يضاف مكعبه إلى قواسمه هو ٧

$$٧^{٣} + (١ + ٧ + ٧^{٢}) = ٤٠٠ = ٢٠^{٢}$$

(٧)

١ ، ٢ ، ٥ هى الأرقام الوحيدة الثلاثة التى يمكن أن يعاد ترتيبها لتعطى مكعبين

$١٢٥ = ٥^{٣}$ ، $٥١٢ = ٨^{٣}$

٤ - الأس الأعلى

(١)

ما هو أكبر عدد يمكن الحصول عليه من أربع وحدات ؟

إنك ستقول لأول وهلة أنه ١١١١ ولكن انظر ما سنفعله .... ، ودعنا أولا نبدأ بالجمع .

١ + ١ + ١ + ١ = ٤

١١ + ١١ = ٢٢

١١١ + ١ = ١١٢

١١١١ = ١١١١

وهذه أبسط الطرق بالجمع ولكن دعنا نجرب عن طريق الأسس

$١^{١١١}$ = ١ ، $١١١^{١}$ = ١١١ ، $١١^{١١}$ = ٣٨٥٣١١٦٧٠٦١١

إنك ولا شك لم تكن تنتظر هذا ..... أليس كذلك ؟

(٢)

والآن ماذا يمكن عمله بثلاث ٢ ؟

٢٢٢ ، $(٢٢)^{٢} = ٤٨٤$ ، $٢^{٢^{٢}} = ٢^{٤} = ١٦$

، $٢^{٢٢} = ٤١٩٤٣٠٤$

(٣)

بالمثل بثلاث ٣ ؟

٣٣٣ ، $٣٣^{٣} = ٣٥٩٣٧$ ، $٣^{٣^{٣}} = ٣^{٢٧}$

، $٣^{٣٣}$

ولما كانت $٣^{٢٧} < ٣^{٣٣}$ فإن العدد الأخير هو أكبر عدد يمكن الحصول عليه من ثلاث ٣ .

(٤)

أما بثلاث ٤ فإن النتيجة مختلفة .

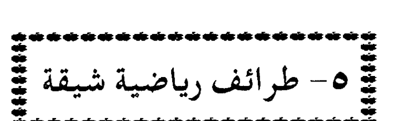
٤٤٤ ، $٤٤^{٤} = ٣٧٤٨٠٩٦$ ، $٤^{٤٤}$ ، $٤^{٤^{٤}} = ٤^{٢٥٦}$

ومن الواضح أن $٤^{٤^{٤}}$ هى العدد الأكبر .

(٥)

وأخيراً دعنا نرى ثلاث تسعات . ٩٩٩ ، $٩٩^{٩}$

$٩^{٩^{٩}}$ = ٣٨٧٤٢٠٤٨٩ وطبعا العدد الأخير هو أكبر عدد كما أنه لا يمكن حله فقد وجد أنه لو كتب الناتج على شريط من الورق وكتب ٢٠٠ رقما فى القدم الواحد فإنه يلزم ٢٥٠ ميلا من هذا الشريط كما وجد أنه لو تفرغ كاتب لكتابة الناتج بدون توقف وبمعدل رقمين فى الثانية فإنه يحتاج إلى خمس سنوات وعشرة شهور لإتمامه .



٥- طرائف رياضية شيقة

(١)

يمكننا أن نعبر عن ١٠٠ كحاصل ضرب عاملين يحتويان على الأرقام من ١ إلى ٩ .

(١ + ٢ − ٣ − ٤) (٥ − ٦ − ٧ − ٨ − ٩) = ١٠٠

(٢)

الأعداد الآتية مكونة من ٣ أرقام كل منها يقبل القسمة على حاصل ضرب أرقامه :

١١١ ، ١١٢ ، ١١٥ ، ١٢٨ ، ١٣٢ ، ١٣٥ ، ١٤٤ ، ١٧٥ ، ٢١٢ ، ٢١٦ ، ٢٢٤ ، ٣١٢ ، ٣١٥ ، ٣٨٤ ، ٤٣٢ ، ٦١٢ ، ٦٢٤ ، ٦٧٢ ، ٧٣٥ ، ٨١٦ ، ...

خذ ٦٢٤ كمثال فإن ٤ × ٢ × ٦ = ٤٨ ←

٦٢٤ − ٤٨ = ١٣

(٣)

هذا النموذج يعرف باسم المثلث الرقمى

١ X ٨ + ١ = ٩

١٢ X ٨ + ٢ = ٩٨

١٢٣ X ٨ + ٣ = ٩٨٧

١٢٣٤ X ٨ + ٤ = ٩٨٧٦

وهكذا حتى ١٢٣٤٥٦٧٨٩ X ٨ + ٩ = ٩٨٧٦٥٤٣٢١

(٤)

مجموع الأرقام الفردية من ١ إلى ٩ هو ٢٥ ، ومجموع الأرقام الزوجية من ١ إلى ٩ هو ٢٠ هكذا :-

١ + ٣ + ٥ + ٧ + ٩ = ٢٥ ، ٢ + ٤ + ٦ + ٨ = ٢٠

والمطلوب ترتيب الأرقام بحيث يكون مجموع الأرقام الفردية مماثلا لمجموع الأرقام الزوجية .

لا يمكن حل المطلوب إلا باستعمال الكسور الاعتيادية .

٧٩ + ٥ (١/٣) = ٨٤ (١/٣) ، ٨٤ + (٢/٦) = ٨٤ (١/٣)



(٥)

من الممكن قسمة الأرقام من ١ إلى ٩ إلى قسمين بحيث إذا قسمنا القسم الأول على القسم الثانى فإن خارج القسمة يكون عددا صحيحا بدون باق وهاك أمثلة قليلة ويوجد عمليات أخرى كثيرة خلافها .

١٣٤٥٨ / ٦٧٢٩ = ٢ ، ١٥٧٦٨ / ٣٩٤٢ = ٤

١٧٦٥٨ / ٢٩٤٣ = ٦ ، ٢٥٤٩٦ / ٣١٨٧ = ٨

١٧٤٦٩ / ٥٨٢٣ = ٣ ، ١٣٤٨٥ / ٢٦٩٧ = ٥

١٦٧٥٨   ٥٧٤٢٩

______ = ٧ ، ______ = ٩

٢٣٩٤   ٦٣٨١

(٦)

هاك أربع عمليات خارج القسمة فيها ٥ والمقسوم والمقسوم عليه يحتويان على الأرقام التسعة .

١٣٤٨٥   ١٣٨٤٥ .   ١٤٨٦٥   ١٨٦٤٥

______ = ______ = ______ = ______ = ٥

٢٦٩٧   ٢٧٦٩   ٢٩٧٣   ٣٧٢٩

(٧)

وبالطريقة السابقة يمكننا أن نعبر عن ٩ بثلاث طرق كالآتى

٧٥٢٤٩   ٥٨٢٣٩   ٥٣٤٢٩

______ = ______ = ______ = ٩

٨٣٦١   ٦٤٧١   ٦٣٨١

(٨)

ثلاث طرق أخرى يمكن تكوينها إذا أضيف الصفر إلى الأرقام التسعة .

٩٧٥٢٤   ٩٥٨٢٣   ٩٥٧٤٢

______ = ______ = ______ = ٩

١٠٨٣٦   ١٠٦٤٧   ١٠٦٣٨

(٩)

الأرقام من ١ إلى ٩ يمكن وضعها بإحدى عشر طريقة لتكون ١٠٠ هكذا :

٦٩٢٥٨   ٥٧٤٢

٣ ______ = ٣ + ٩٧ ، ٩١ ______ = ٩١ + ٩

٧١٤   ٦٣٨

٥٦٤٣   ٥٨٢٣

٨١ ______ = ٨١ + ١٩ ، ٩١ ______ = ٩١ + ٩

٢٩٧   ٦٤٧

٧٥٢٤   ٧٥٢٤

______ ٨١ = ٨١ + ١٩ ، ______ ٩١ = ٩١ + ٩

٣٩٦   ٨٣٦

٣٥٤٦   ١٥٧٨

______ ٨٢ = ٨٢ + ١٨ ، ______ ٩٤ = ٩٤ + ٦

١٩٧   ٢٦٣

١٤٢٨   ١٧٥٢

______ ٩٦ = ٩٦ + ٤ ، ______ ٩٦ = ٩٦ + ٤

٥٣٧   ٤٣٨

٢١٤٨

__________ ٩٦ = ٩٦ + ٤

٣٥٧

(١٠)

المطلوب ترتيب أربع ثمانيات حيث يكون الناتج ١ ، ٢٠ ، ٢٦ ، ٣٢ ، ٨٨ ، ٨٩ ، ٨٨٠ أنه لأول وهلة يبــدو أن ذلك مستحيلا ولكن بعد قليل من التروى نرى أن ذلك ممكنا وعلى ذلك

$$\frac{٨٨}{٨٨} = ١ \quad ، - \quad ، \quad \frac{٨}{٠,٨} + \frac{٨}{٠,٨} = ٢٠ \quad ، \quad ٨ + ٨ \; \frac{٨}{٠,٨} = ٢٦$$

وهكذا باقى الألغاز المشابهة يمكن ترتيبها بالأرقام الأخرى .

(١١)

هاك عملية تبدو لأول وهلة أنها صعبة وهى أن تكتب جميع الأرقام من صفر : ٩ بحيث يكون الناتج واحد هناك طريقتان أولاهما :

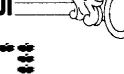
$$\frac{٣٤٨٥ \times ٢}{٦٩٧٠ \times ١} = ١$$

والحل الثانى مؤسس على الحقيقة س ^{صفر} = ١

حيث س ≠ صفر

(١٢٣٤٥٦٧٨٩)^{صفر} = ١

● والأرقام التى فى الجهة اليمنى (الأساس) يمكن وضعها بأى ترتيب ما دام الصفر مستعملا أسا لها .

٦- طرائف رياضية أخرى

(١) العدد ٣٧

حين نضرب العدد ٣٧ X ٣ أو مضاعفاتها حتى ٢٧ فإنه يعطينا ناتجا يحتوى على ٣ أرقام متشابهة فعلى ذلك :

٣٧ X ٣ = ١١١ ، ٣٧ X ٦ = ٢٢٢

٣٧ X ٩ = ٣٣٣ ، ٣٧ X ١٢ = ٤٤٤

٣٧ X ١٥ = ٥٥٥ ، ٣٧ X ١٨ = ٦٦٦

٣٧ X ٢١ = ٧٧٧ ، ٣٧ X ٢٤ = ٨٨٨

٣٧ X ٢٧ = ٩٩٩

(٢) العدد ١٥٣

٥١ X ٣ = ١٥٣

وهى معادلة تقرأ عكسية أى من اليمين لليسار أو من اليسار لليمين . وخاصية غريبة أخرى لهذا العدد هى .

$١٥٣ = ٣^{٣} + ٥^{٣} + ١^{٣}$



(٣) العدد ١٠٨٩

هذا العدد العجيب هو مربع ٣٣ أى $٣٣^٢$ وهو الفرق بين مربعين :

$(٦٥)^٢ - (٥٦)^٢ = ٣٣^٢$

وحين يضرب العدد × ٩ فإن أرقام الناتج تكون عكسا له أى

١٠٨٩ × ٩ = ٩٨٠١

وليس كل هذا فهناك ألعوبة طريفة فكر فى أى عدد يحتوى على ٣ أرقام ومنعا من التناقض فإنه يستحسن أن يكون رقم المئات أكبر من رقم الآحاد مثل ٥٨٤ ، ٧٥٣ ، ٨٩٢ ويجب ألا يتساوى الآحاد مع المئات ثم اتبع الخطوات الآتية :

اعكس واطرح ثم اعكس واطرح

	٥٨٤	٧٥٣	٨٧٢
عكس	٤٨٥	٣٥٧	٢٧٨
طرح	٠٩٩	٣٩٦	٥٩٤
عكس	٩٩٠	٦٩٣	٤٩٥
جمع	١٠٨٩	١٠٨٩	١٠٨٩

وليس من الصعب إثبات هذه الحالة جبريا نفرض أن الثلاثة أرقام هى :

جـ = ٢ ، ب = ٧ ، أ = ٨ مثلاً

ثم اتبع الخطوات السابقة

	جـ	ب	أ
عكس	أ	ب	جـ
الطرح	١٠ + جـ – أ	٩	أ – جـ – ١
العكس	أ – جـ – ١	٩	١٠ + جـ – أ
الجمع	٩	١٨	٩
أى	٩	٨	١٠

والجذر التربيعى للعدد ٩٨٠١ عبارة عن مجموع الرقمين الثالث والرابع مضافا لهما الأول والثانى هكذا .

$\sqrt{9801} = 98 + 1 = 99$ ومن الطريف أن :

$9801 \times 9 = 88209$ ، $\sqrt{88209} = 88 + 209 = 297$

٧- متنوعات

أ- تحديد اسم اليوم فى التقويم الميلادى

إذا أردت معرفة اسم أى يوم من القرن العشرين فاتبع ما يأتى :

أولاً " خذ تاريخ اليوم

ثانياً " خذ الآحاد والعشرات من السنة المطلوبة معرفة اسم اليوم منها

ثالثاً " خذ خارج قسمة آحاد السنة وعشرتها على ٤ بغض النظر عن الباقى .

رابعاً " خذ دليل الشهر من الجدول الآتى .

يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
١	٤	٤	٠	٢	٥	٠	٣	٦	١	٤	٦

خامساً " اجمع الأعداد الأربعة الناتجة من الخطوات السابقة ثم اقسمها على ٧ وانظر إلى الباقى فإذا كان واحدا فيكون اسم اليوم أحد . وإذا كان ٢ فهو اثنين ..... وإذا كان ٦ فهو الجمعة وإذا كان صفر فهو يوم

السبت .

ملاحظة : وإذا كانت السنة كبيسة فاعتبر دليل يناير صفر بدلا من الواحد وفبراير ٣ بدلا من ٤

مثال : ما اسم يوم ١٢ سبتمبر سنة ١٩٥٩ وهو يوم افتتاح المدارس الإعدادية والثانوية والأميرية

١٢ +٥٩+١٤+٦

الحل : ـــــــــــــــ = عدد صحيح والباقى صفر فهو يوم السبت

٧

مثال ٢ : ما اسم يوم ٢٩ أكتوبر سنة ١٩٥٦ وهو يوم الاعتداء الثلاثى الغاشم .

٢٩+٥٦+١٤ +١

الحل : ـــــــــــــــ = عدد والباقى ٢ فهو يوم اثنين .

٧

ب- حاسة العدد عند الإنسان والحيوان

كثير من الطيور عندها حاسة العدد - فإذا احتوى العش على ٤ بيضات أمكن أخذ واحدة من البيض بأمان دون أن ينتبه الطائر. أما إذا أخذنا اثنتين فإن الطائر يهجر عشه . فهو يمكنه - بطريقة ما - تمييز ٢ من ٣ .

والأم من بعض الحشرات تضع بيضا فى خلايا مفردة وتضع مع كل بيضة عددا من اليرقات الحية تتغذى عليها الحشرة بعد نفسها وعدد اليرقات التى تضعها ثابت لكل نوع فالبعض ٥ والبعض ١٢ والبعض ٢٤ لكل خلية فهناك إدراك واع للعدد . ولكن أعجب ما فى الموضوع أنه فى أحد الأنواع حيث الذكر أصغر حجما من الأنثى تضع الأم ٥ يرقات للذكر ، ١٠ يرقات للأنثى .

اقرأ وفكر

السبيل الناجح للمعرفة هو القراءة. فاقرأ أيها الزميل كتب الرياضيات فهى تستحق منك تقليب صفحاتها فستجد فى كل صفحة جديدا، وتطلع كل يوم بفكرة طريفة . فما عادت كتب الرياضيات جافة مقبضة . إنها

كتب ثقافية شيقة الأسلوب دسمة المادة . اقرأ وثقف تلاميذك عن طريق إطلاعك وستجد منهم المزيد من الإقبال عليك والتشويق لدرسك .

١- انظر لحواصل الضرب الآتية :-

١٢٣٤٥٦٧٨٩ X ٩ = ١١١١١١١١١٠١

١٢٣٤٥٦٧٨٩ X ١٨ = ٢٢٢٢٢٢٢٢٢٠٢

١٢٣٤٥٦٧٨٩ X ٢٧ = ٣٣٣٣٣٣٣٣٣٠٣

١٢٣٤٥٦٧٨٩ X ٣٦ = ٤٤٤٤٤٤٤٤٤٠٤

١٢٣٤٥٦٧٨٩ X ٨١ = ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٨

٢- خذ المعادلة أس^{٢} + ب س + جـ = صفر . حيث أ، ب ، جـ أعداد معلومة أترى عندك طريقة ميكانيكية لحلها ؟

هاك طريقة :

ارسم مستقيمين متعامدين اعتبرهما كمحورى إحداثيات ومن نقطة الأصل فى الاتجاه السينى الموجب

ارسم طولا أ ، ومن آخر نقطة وصلت إليها ارسم فى الاتجاه الصادى الموجب الطول ب ومن آخر نقطة ارسم فى الاتجاه السالب للمحور السينى طولا جـ . وصل النقطة الأخيرة بنقطة الأصل وارسم دائرة قدرها هذه القطعة المستقيمة ، تقطع المسافة ب فى نقطتين ، إحداثهما الصادى لو قسم كل منهما على أ نحصل على جذرى المعادلة .

(جـ) من عجائب الأرقام

اطلب من أحد أصدقائك أن يكتب أى عدد تريده بدون أن تراه وليكن مثلا ٢٤٧٩ وأن يجمع أرقام ذلك العدد ٩+ ٧ + ٤+٢ = ٢٢ اطرح العددين ٢٤٧٩ – ٢٢ = ٢٤٥٧ واطلب منه أن يحذف أى رقم من حاصل الطرح وليكن "٤" مثلا وأن يخبرك عن مجموع الأرقام الباقية ١٤ فما عليك إلا أن تطرح هذا الباقى من أقرب ٩ ومضاعفتها فهنا أقرب مضاعف للتسعة (١٨) تطرح منها فالباقى (٤) الرقم الذى حذفه .

معرفة الأرقام فى الذاكرة :–

ويمكن أن تعرف العدد الذى يختاره صديقك بينه وبين

نفسه فى ذاكرته

ليكن العدد المختار هو ١٧

يضرب × ٣ = ٥١

يضاف ١ = ٥٢

يضرب ×٣ = ١٥٦

يضاف العدد المختار ١٧

فيكون الناتج المجموع ١٧٣ عن آخر رقمين .

∴ الرقمان اللذان على اليسار يحددان العدد الذى أضمره الصديق .

٨- من غرائب الأعداد والعمليات الحسابية غير المتداولة

(١) خذ العدد ٨١ ثم اجمع ١ + ٨ = ٩ ثم اضرب الناتج فى نفسه ٩ X ٩ = ٨١

(٢) خذ العدد ٢٠٢٥ ثم تجمع ٢٥ + ٢٠ = ٤٥ ثم أوجد $(٤٥)^{٢}$ = ٢٠٢٥ = العدد الأصلى

(٣) خذ العدد ٣٠٢٥ ثم اجمع ٢٥ + ٣٠ = ٥٥ ثم أوجد $(٥٥)^{٢}$ = ٣٠٢٥ = العدد الأصلى

(٤) $١^{٢}$ = ١

(٥) $١١^{٢}$ = ١٢١

(٦) $١١١^{٢}$ = ١٢٣٢١

(٧) $١١١١^{٢}$ = ١٢٣٤٣٢١

(٨) $١١١١١^{٢}$ = ١٢٣٤٥٤٣٢١ وهكذا

(٩) $١١١١١١^{٢}$ = ١٢٣٤٥٦٥٤٣٢١

(١٠) $١^{٢}$ = ١

(١١) $٢^{٢}$ = ١ + ٢ + ١

(١٢) $٣^{٢}$ = ١ + ٢ + ٣ + ٢ + ١

(١٣) $٤^{٢}$ = ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٣ + ٢ + ١

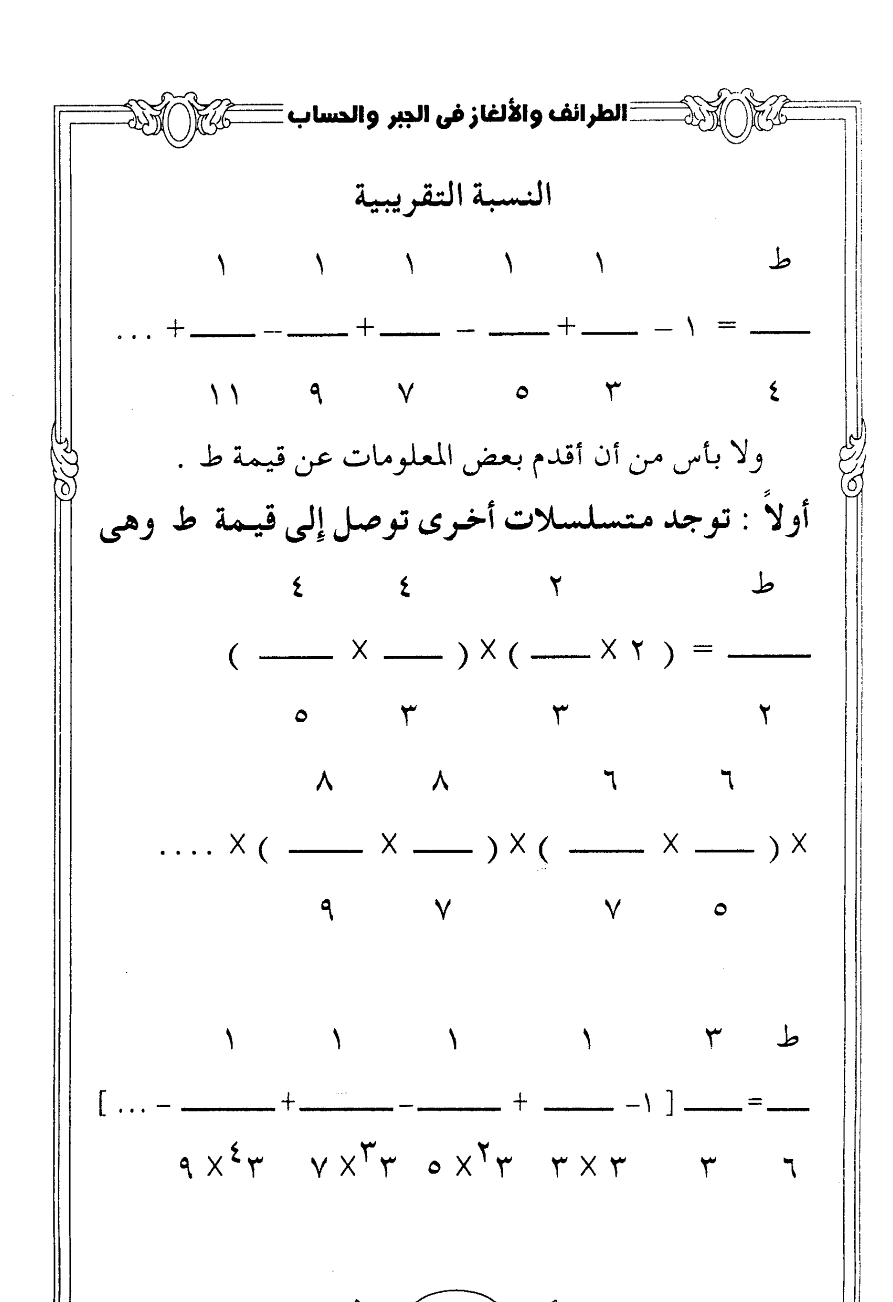
(١٤) $٥^{٢}$ = ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢ + ١

وهكذا

(١٥) ١٢١ = (٢٢ × ٢٢) / (١ + ٢ + ١)

(١٦) ١٢٣٢١ = (٣٣٣ × ٣٣٣) / (١ + ٢ + ٣ + ٢ + ١)

(١٧) ١٢٣٤٣٢١ = (٤٤٤٤ × ٤٤٤) / (١+ ٢+ ٣+ ٤+ ٣+ ٢+ ١) وهكذا



النسبة التقريبية

$$\frac{ط}{٤} = ١ - \frac{١}{٣} + \frac{١}{٥} - \frac{١}{٧} + \frac{١}{٩} - \frac{١}{١١} + \ldots$$

ولا بأس من أن أقدم بعض المعلومات عن قيمة ط .

أولاً : توجد متسلسلات أخرى توصل إلى قيمة ط وهي

$$\frac{ط}{٢} = \left(٢ \times \frac{٢}{٣}\right) \times \left(\frac{٤}{٣} \times \frac{٤}{٥}\right) \times \left(\frac{٦}{٥} \times \frac{٦}{٧}\right) \times \left(\frac{٨}{٧} \times \frac{٨}{٩}\right) \times \ldots$$

$$\frac{ط}{٦} = \frac{٣}{٣}\left[١ - \frac{١}{٣ \times ٣} + \frac{١}{٣^{٢} \times ٥} - \frac{١}{٣^{٣} \times ٧} + \frac{١}{٣^{٤} \times ٩} - \ldots\right]$$

ثانياً " الجذر التربيعى الموجب للمعادلة س^{٢} + ٨ س – ٣٥ = صفر يعطى قيمة قدرها ٣,١٤١٤٢٨ [= ط] والجذر الموجب للمعادلة ٦٤ س^{٢} – ١٦٠ س – ١٢٩ = صفر يعطى قيمة تقل بمقدار جزء من عشرة من المليون على القيمة المضبوطة للنسبة ط .

ثالثاً " ٣ = ١,٧٣ (مقربا لرقمين عشريين) ، ٢ = ١,٤١ (مقربا لرقمين عشريين)

∴ ٣ + ٢ = ٣,١٤ وتساوى قيمة النسبة ط مقربة لرقمين عشريين .

٢– اكتشاف الأرقام :

إليك ألعوبة ظريفة وشيقة يمكنك بها أن تعرف أى رقم بين صفر ، وتسعة

اسأل شخصا عن عدد أخوته الذكور والإناث وعدد أصدقائه وإليك مثال :

افرض أنهم كانوا على التوالى ٣ أخوة ذكور ، وليس له شقيقات وله صديقان حميمان ، ولا يشترط أن يتقيد بحقيقة كلامه لأن المطلوب أن يذكر ٣ أرقام مختلفة

فحسب على أن لا يخبرك عن الأرقام السابقة بل يحتفظ بها وبين نفسه وعليك معرفتها بهذه الطريقة .

اطلب منه أن يضرب عدد أخوته الذكور X ٢ وذلك فى سره طبعا = ٦ ويضيف ٣ = ٩ ويضرب X ٥ = ٤٥ يضيف عدد أخوته الإناث = ٤٥ إذ أن ليس له شقيقات ويضرب X ١٠ = ٤٥٠ ويضيف عدد أصدقائه = ٤٥٢ ثم يخبرك عن العدد الناتج وهو ٤٥٢ فتطرح دائما من العدد الذى يقال ١٥٠ فيتبقى فى مثالنا هذا ٣٠٢ فتقول له (لك ثلاث أخوة ذكور ، وليس لك أخوة إناث ولك صديقان حميمان) .

(٩) قابلية القسمة

أولاً : قابلية القسمة على ٢

نفرض أن العدد هو (ع) ومكون من آحاد وعشرات ومئات وألوف ، ....

ونفرض أن : ع = أ + ١٠ ب + ١٠٠ جـ + ١٠٠٠ د + ١٠٠٠٠هـ + ...)

بقسمة كل من الطرفين ينتج أن :

$$\frac{ع}{٢} = \frac{أ}{٢} + ٥ ب + ٥٠ جـ + ٥٠٠ د + ٥٠٠٠ هـ + ...$$

$$\therefore \frac{ع}{٢} = \frac{أ}{٢} + \text{عدد صحيح}$$

أى أن ع تقبل القسمة على ٢ بدون باقى .

إذا كانت $\frac{أ}{٢}$ عددا صحيحا أى عندما تكون أ = صفر أو ٢ أو ٤ أو ٦ أو ...

أى أن العدد ع يقبل القسمة على ٢ بدون باقى إذا كان رقم الآحاد صفرا أو ٢ أو ٤ أو ٦ أو ... أى أن العدد يقبل القسمة على ٢ بدون باقى إذا كان رقم آحاده صفر أو رقم زوجى

ثانياً : قابلية القسمة على ٤

ع = أ + ١٠ ب + ١٠٠ جـ + ١٠٠٠ د + ١٠٠٠٠ هـ + ...

$$\therefore \frac{\text{ع}}{\text{٤}} = \frac{\text{أ}}{\text{٤}} + \frac{\text{١٠ ب}}{\text{٤}} + \text{٢٥ جـ} + \text{٢٥٠ د} + \text{٢٥٠٠ هـ} + \ldots$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{٤}} = \frac{\text{أ + ١٠ ب}}{\text{٤}} + \text{عدد صحيح}$$

$\therefore$ ع تقبل القسمة على ٤ بدون باقى إذا كانت $\frac{\text{أ+١٠ب}}{\text{٤}}$ عددا صحيحا -

أى أن : أ + ١٠ ب يقبل القسمة على ٤ بدون باقى أى أن العدد يقبل القسمة بدون باقى على ٤ إذا كان العدد مكون من رقمى آحاده وعشراته مكررا للعدد ٤ أو كان كل من رقمى آحاده وعشراته صفرا .

ثالثاً : قابلية القسمة على ٥

ع = أ + ١٠ ب + ١٠٠ جـ + ١٠٠٠ د + ١٠٠٠٠ هـ + ...

∴ $\frac{\text{ع}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ + ٢ ب + ٢٠ جـ + ٢٠٠ د + ٢٠٠٠ هـ + ...

∴ $\frac{\text{ع}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ + عدد صحيح

∴ ع تقبل القسمة على ٥ بدون باقى إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ عددا صحيحا أى أن أ = صفر أو ٥

أى أن العدد يقبل القسمة على ٥ بدون باقى إذا كان رقم آحاده صفرا أو ٥



رابعاً : قابلية القسمة على ٣

∴ ع = أ + ١٠ ب + ١٠٠ جـ + ١٠٠٠ د + ١٠٠٠٠ هـ + ...

$$\therefore \frac{\text{ع}}{٣} = \frac{\text{أ}}{٣} + \left(٣\ \text{ب} + \frac{\text{ب}}{٣} \right) + \left(٣٣\ \text{جـ} + \frac{\text{جـ}}{٣} \right) + \left(٣٣٣\ \text{د} + \frac{\text{د}}{٣} \right) + \ldots$$

$$\therefore \frac{\text{ع}}{٣} = \frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ} + \text{د} + \text{هـ}}{٣} + ٣\text{ب} + ٣٣\text{جـ} + ٣٣٣\text{د} + \ldots$$

$$\therefore \frac{\text{ع}}{٣} = \frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ} + \text{د} + \text{هـ} + \ldots}{٣} + \text{عدد صحيح}$$

∴ ع تقبل القسمة على ٣ بدون باقى إذا كان $\frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ} + \text{د} + \text{هـ} + ..}{\text{د}}$ عددا صحيحا

أى إذا كان مجموع الأرقام أ + ب + جـ + د + هـ + ... = ٣ أو مكرر الرقم ٣

أى أن العدد يقبل القسمة على ٣ بدون باقى إذا كان مجموع أرقامه = ٣ أو مكرر الرقم ٣

خامساً : قابلية القسمة على ٩

ع = أ + ١٠ ب + ١٠٠ جـ + ١٠٠٠ د + ١٠٠٠٠ هـ + ...

$$\therefore \frac{\text{ع}}{٩} = \frac{\text{أ}}{٩} + \text{ب} + \frac{\text{ب}}{٩} + ١١\,\text{جـ}$$

$$+ \frac{\text{جـ}}{٩} + ١١١\,\text{د} + \frac{\text{د}}{٩} + ١١١١\,\text{هـ} + \frac{\text{هـ}}{٩} + ...$$

$$= \frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ} + \text{د} + \text{هـ} + ...}{٩} + \text{عدد صحيح}$$

$\therefore$ ع تقبل القسمة على ٩ إذا كان $\frac{\text{أ+ب+جـ+د+هـ+..}}{٩}$ عددا صحيحا

أى إذا كان : أ + ب + جـ + د + هـ + ... مساويا لـ ٩ أو مكرر للرقم ٩ .

أى أن : العدد يقبل القسمة على ٩ بدون باقى إذا كان مجموع أرقامه ٩ أو مكررا للرقم ٩ (مضاعفات العدد ٩)

سادساً : قابلية القسمة على العدد ٧

ع = أ + ١٠ ب + ١٠٠ جـ + ١٠٠٠ د + ١٠٠٠٠ هـ + ١٠٠٠٠٠ ل + ... + ك + ...

ع = أ + (٧ ب + ٣ ب) + (٩٨ جـ + ٢ جـ) + (١٠٠١ د – د) + (١٠٠٠٣ هـ) + (١٠٠٠٠٠ ل – ٢ل) + (٩٩٩٩٩٩ك + ك)

$$\frac{\text{ع}}{٧} = \frac{\text{أ}}{٧} + \text{ب} + \frac{\text{٣ ب}}{٧} + \text{١٤ جـ} + \frac{\text{٢ جـ}}{٧} +$$

$$\text{١٤٣ د} - \frac{\text{د}}{٧} + \text{١٤٢٩ هـ} - \frac{\text{٣ هـ}}{٧} + \text{١٤٢٨٦ل} - \frac{\text{٢ل}}{٧} +$$

$$\text{١٤٢٨٥٧ك} + \frac{\text{ك}}{٧}$$

ع ـــــ = أ+٣ب+٢جـ-د-٣ هـ-٢ل+ك ـــــ + عدد صحيح
٧ ٧

أي أن : ع تقبل القسمة على ٧ إذا كان أ+٣ب+٢جـ-د-٣ هـ-٢ل+ك+.. ـــــ عدد صحيح
٧

أى إذا كان : أ + ٣ب + ٢جـ - د - ٣ هـ - ٢ل + ك + ... مساويا ٧ أو مكرر للرقم ٧ أى أن العدد يقبل القسمة على ٧ بدون باقى إذا ضربت أرقامه ابتداء من رقم الآحاد فى الأرقام الآتية على التوالى (١) ، (٣) ، (٢) ، (-١) ، (-٣) ، (-٢)، (١) ، (٣) ، (٢) ، ..... وكان حواصل الضرب هذه مساويا ٧ أو مضاعفتها ويمكن معرفة هذه القاعدة بالعدد (٢٣١) يستعمل موجبا مرة وسالبا مرة أخرى وهكذا ....

سابعاً : قابلية القسمة على ١١

ع = أ + ١٠ ب + ١٠٠ جـ + ١٠٠٠ د + ١٠٠٠٠ هـ + ..

ع = أ + (١١ب − ١١) + (٩٩ + جـ) + (١٠٠١ د − د) + (٩٩٩٩ هـ + هـ)

$$\therefore \frac{\text{ع}}{11} = \frac{\text{أ}}{11} + \text{ب} - \frac{\text{ب}}{11} + 9\,\text{جـ} + \frac{\text{جـ}}{11} + 91\,\text{د} - \frac{\text{د}}{11} + 909\,\text{هـ} + \frac{\text{هـ}}{11} + \ldots$$

$$\therefore \frac{\text{ع}}{11} = \frac{\text{أ} - \text{ب} + \text{جـ} - \text{د} + \text{هـ} - \ldots}{11} + \text{عدد صحيح}$$

∴ ع تقبل القسمة على ١١ إذا كان $\frac{\text{أ} - \text{ب} + \text{جـ} - \text{د} + \text{هـ} -}{11}$ عددا صحيحا أى إذا كان

(أ – ب + جـ – د + هـ – ....) مساويا ١١ أو مضاعفاتها .

أى أن العدد يقبل القسمة على ١١ بدون باقى إذا كان الفرق بين أرقامه ذات الرتب الفردية وأرقامه ذات الرتب الزوجية ١١ أو مكررا له .

(١٠) بحث جديد فى قابلية العدد للقسمة على أى عدد أولى

كلنا يعرف متى يقبل العدد القسمة على ٢ ، ٣ ، ٥ ، ١١ ، ....

ولكن متى يقبل العدد القسمة على ٧ أو ١٣ أو ١٧ أو ١٩ ....

ولنخالف القواعد المتبعة فى شرح النظريات السابقة ونبدأ بمثاليين الأول عن قابلية القسمة على ١٩ والثانى عن قابلية القسمة على ٢٣ .

أولاً لمعرفة قابلية العدد القسمة على ١٩

اضرب رقم الآحاد فى ٢ واجمع الناتج على العدد الأصلى بعد حذف رقم الآحاد وكرر العملية فإذا كان الناتج صفرا أو (١٩) أو مضاعفاته كان العدد الأصلى يقبل القسمة على (١٩) .

٤ | ٢٣٩ العدد الأصلى

٨ | اضرب رقم الآحاد × ٢ ثم اجمع على ٢٣٩

٧ | ٢٤

١٤ اضرب رقم الآحاد في ٢ ثم اجمع على ٢٤

٣٨ هذا الناتج يقبل القسمة على ١٩

∴ العدد ٢٣٩٤ يقبل القسمة على ١٩ .

ثانياً : لمعرفة قابلية القسمة على العدد ٢٣

اضرب رقم آحاد العدد المراد معرفة قابليته القسمة على ٢٣ في ٧ ثم اجمع حاصل الضرب على العدد الأصلي بعد حذف رقم الآحاد ، وكرر العملية فإذا كان الناتج الأخير صفرا أو ٢٣ أو أحد مضاعفاته كان العدد الأصلي يقبل القسمة على ٢٣ .

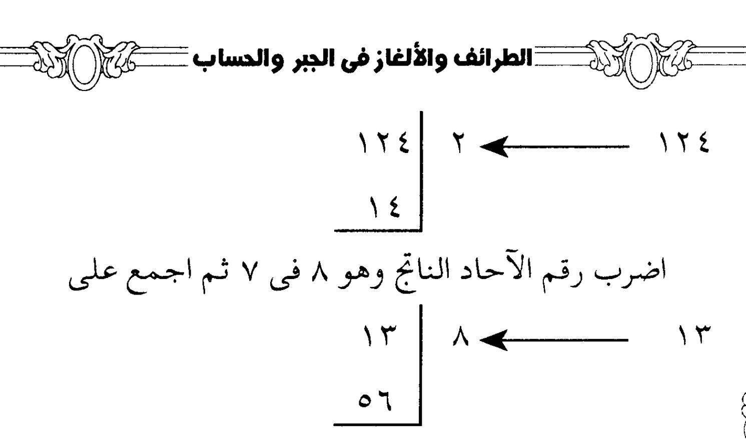
مثال : لإثبات أن ١٢٢٨٢ يقبل القسمة على ٢٣ .

اضرب رقم الآحاد الناتج وهو ٢ في ٧ ثم اجمع على ١٢٢٨

١٢٢٨ ← ١٢٢٨ ٢

١٤

اضرب رقم الآحاد الناتج وهو ٢ في ٧ ثم اجمع على



١٢٤ ⟵ ٢ | ١٢٤

١٤

اضرب رقم الآحاد الناتج وهو ٨ فى ٧ ثم اجمع على

١٣ ⟵ ٨ | ١٣

٥٦

الناتج ٦٩ وهو يقبل القسمة على ٢٣

٦٩

∴ العدد ١٢٢٨٢ يقبل القسمة على ٢٣ .

والمهم هو استنتاج قاعدة عامة للوصول إلى العدد الذى يضرب فى رقم الآحاد لكل حالة ولإيجاد هذا العدد نتبع النظرية الآتية :

نفرض أن العدد الأصلى هو س + ١٠ ص + ١٠٠ ع + ١٠٠٠ هـ + ...

يقبل القسمة على أ حيث س رقم الآحاد ، ص رقم العشرات ، ع رقم المئات ...   (١)

بضرب رقم الآحاد فى العدد المطلوب البحث عنه وليكن (م) ثم اجمع الناتج على العدد المتخلف بعد حذف رقم

الآحاد منه .

∴ م س + ص + ١٠ ع + ١٠٠ هـ يقبل القسمة على

(أ)   (٢)

وبضرب الناتج فى ن أى عدد ما .

∴ ن م س + ن ص + ١٠ ن ع + ١٠٠ ن هـ يقبل

القسمة على أ أيضاً   (٣)

بجمع (١) ، (٣)

(من+١) + ص (ن+١٠) + ١٠ ع (ن+١٠٠) +

١٠٠هـ (ن+١٠) يقبل القسمة على أ

∴ م ن + ١ = أ (أو مضاعفاتها) ، أ المقسوم عليه .

ن + ١٠ = أ ، حيث م هو العدد المطلوب البحث عنه

مثال : متى يقبل العدد القسمة على ١٣

نستعمل المعادلتين م ن + ١ = أ   ، ن + ١٠ = أ

∴ ن + ١٠ = ١٣   ∴ ن = ٣

∴ م ن + ١ = ١٣   ∴ ٣ م + ١ = ١٣

∴ ٣ م = ١٢

نأخذ العدد الذى يقبل القسمة على معامل ن لنحصل على عدد صحيح .

∴ ٣ م = ١٢ ∴ م = ٤

∴ العدد الذى يضرب فى رقم الآحاد هو ٤

اثبت أن ٩٧٧٦ يقبل القسمة على ١٣

٦ ٩٧٧

٢٤

١ ١٠٠

٤

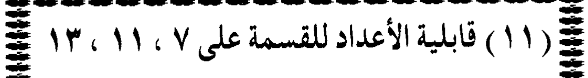
٤ ١٠

١٦

---

٢٦ تقبل القسمة على ١٣

∴ العدد يقبل القسمة على ١٣ .



(١١) قابلية الأعداد للقسمة على ٧ ، ١١ ، ١٣

قوانين قابلية الأعداد للقسمة على ٧ ، ١١ ، ١٣ ليست شائعة ومعروفة لقوانين القسمة على ٢ ، ٣ ، ٥ ونحن لا نرغب فى شيوعها بل نعطيها لك سرا !

لدينا طريقة مريحة للكشف عما إذا كان عدد ما يقبل القسمة على ٧ ، ١١ ، ١٣ فى نفس الوقت ، وإليك الطريقة :

نبحث أولاً عن قابلية القسمة على ٧ نقول : حاصل ضرب ٧ ، ١١ ، ١٣ هو ١٠٠١ فإذا أردنا أن نعرف إذا كان العدد ١٧٣٢٩٩ يقبل القسمة على ٧ نضرب ١٠٠١ فى ١٧٣ (الأرقام الثلاثة الأخيرة من العدد المعطى والمكون من ٦ أرقام) فيكون الناتج ١٧٣ ، ١٧٣ وهذا يقبل القسمة على ٧ من الواضح أن العدد الأصلى يقبل القسمة على ٧ .

نعيد هذه العمليات حاول أن تفهمها :-

أولاً : العدد المراد اختيار قابليته للقسمة على ٧ هو ١٧٣,٢٩٩ .

ثانياً : ضربنا الأرقام الثلاثة الأخيرة منها وهى ١٧٣ فى

١٠٠١ فكان الجواب ١٧٣ ، ١٧٣ .

ثالثاً : الفرق بين العددين = ١٧٣,٢٩٩ - ١٧٣ ، ١٧٣ = ١٢٦

رابعاً : هل ١٢٦ يقبل القسمة على ٧ ؟ الجواب = ١٢٦ / ٧ = ١٨

. . الفرق يقبل القسمة على ٧ .

والآن العددان (ثانيا) ، و(ثالثا) يقبل كل منهما القسمة على ٧ . وخلاصة الأمر :

إذا أعطيت عددا مكونا من ٦ أرقام وأردت أن تختبر قابلية القسمة على ٧ فعليك أن تعمل منه مجموعتين تتكون الأولى من أرقامه الثلاثة الأولى بترتيب ورودها (دائما أبداً مجموعتك تتكون من اليمين) ، والمجموعة الثانية هى الأرقام الثلاثة الباقية بترتيب ورودها .

اوجد بعد ذلك الفرق بين المجموعتين فإذا قبل الفرق القسمة على ٧ كان العدد الأصلى يقبل القسمة على ٧ وإلا فلا !

خذ مثلا العدد ٧٩٢١٥٥ واختبره

(١) المجموعتان هما ١٥٥ ، ٧٩٢

(٢) باقى الطرح = ٧٩٢ - ١٥٥ = ٦٣٧

(٣) ٦٣٧ / ٧ = ٩١

∴ العدد يقبل القسمة على ٧

أما إذا كانت أرقام العدد أقل من ٦ (خمسة مثلا أو أربعة أرقام) فنجرى عملية الطرح بين الثلاثة الأولى والأرقام الباقية مثلا ٨٥١٧٦

(١) المجموعتان ١٧٦ ، ٨٥ (٢) باقى الطرح ٩١

(٣) خارج القسمة ٩١ / ٧ = ١٣

∴ العدد يقبل القسمة على ٧ وإذا زاد عدد أرقام العدد على ٦ فما العمل ؟

نقسم العدد كما فى المثال الآتى :

مثال : أثبت قابلية ٧٨،٣٦٢,٤٩٥ للقسمة على ٧ .

الحل : نكون مجموعتنا كما يلى ٤٩٥ ، ٣٦٢ ، ٧٨ .

تجرى العمليات بطرح الثانية وجمع الثالثة ∴ ٤٩٥ - ٣٦٢ + ٧٨ = ٥٥

هذا الناتج لا يقبل القسمة على ٧ ، وبنفس الطريقة

نبحث قابلية القسمة على ١١ أو ١٣ .

هل وجدت شيئا من المتعة فى هذا الموضوع ؟ إذا كنت قد مللت فلا يسعنا إلا الاعتذار أما إذا استهوتك هذه العمليات فأنت على أبواب اكتشافات رياضية خطيرة .

(١٢) تطور طرق إيجاد الجذر التربيعى والتكعيبى على مر العصور

ومن بين الاهتمامات القديمة إيجاد قيما تقريبية لأعداد غير نسبية مثل ٢ ومن بين الطرق التى استخدمت فى العصور القديمة والوسيطة ما يمكن وصفه بالآتى لإيجاد ن .

أولاً : إيجاد $\sqrt{\text{ن}}$ فى العصور القديمة :-

∵ ن عدد غير مربع وليكن ن = أ^{٢} + ق

حيث أ جذر أول عدد مربع < ن مباشرة .

؛ ق = ن ــ أ^{٢}

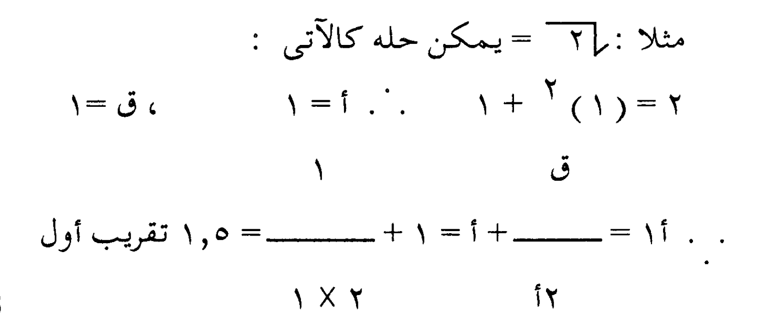
القيم التقريبية أ١ + أ٢ + أ٣ ، ....

للعدد ن نحصل عليها فى الخطوات الآتية :

أ١ = أ + (ق / ٢ أ)

$$\text{أ٢} = \frac{\text{ن}}{\text{أ١}} = \text{أ} + \frac{\text{ق}}{\text{أ٢} \times (\text{ق} / \text{أ})} \quad ، \quad \text{أ٣} = \frac{\text{ن}}{\text{أ}^{٢}}$$

مثلا : $\sqrt{٢}$ = يمكن حله كالآتى :



$٢ = (١)^{٢} + ١$ ∴ أ = ١ ، ق = ١

∴ $\text{أ}_{١} = \text{أ} + \frac{\text{ق}}{\text{٢أ}} = ١ + \frac{١}{٢ \times ١} = ١{,}٥$ تقريب أول

$\text{أ}_{٢} = \frac{\text{ن}}{\text{أ}_{١}} = \frac{٢}{١{,}٥} = \frac{٢٠}{١٥} = \frac{٤}{٣} = ١{,}٣٣$ تقريب ثانى

$\text{أ}_{٣} = \frac{\text{ن}}{\text{أ}_{٢}} = \frac{٢}{١{,}٣٣} = \frac{٢٠٠}{١٣٣} = ١{,}٤$ تقريب ثالث

ثانياً : طريقة (الآملى) فى العصور الوسطى :-

$\text{أ}_{١} = \text{أ} + \frac{\text{ق}}{٢\text{أ} + ١}$ فمثلا لإيجاد $\sqrt{٥}$ نقول :

$٥ = ٤ + ١$ ∴ $٥ = ٢^{٢} + ١$ (أ = ٢ ، ق = ١)

∴ $٥ = \text{أ}_{١} = \text{أ} + \frac{\text{ق}}{٢\text{أ} + ١} = ٢ + \frac{١}{٢ \times ٢ + ١} =$

$٢ + \frac{١}{٤ + ١} = ٢\frac{١}{٥}$ $٥ = ٢,٢$

ثالثاً : طريقة أبو بكر الحصَّار (١١٧٥ م)

القـاعـدة الأولى :

$$\sqrt{\text{ن}} = \text{أ} + \frac{\text{ق} + ١}{\quad}$$

(أ = ٢ ، ق = ١)

$$\sqrt{٥} = ٢ + \frac{٢\text{أ} + ٢}{} + ٢ = \frac{١ + ١}{٢ \times ٢ + ٢} + ٢ = \frac{٢}{٦} = ٢ \frac{١}{٣} = ٢,٣$$

القاعدة الثانية :

$$\text{أ} + \frac{\text{ق}}{٢\text{أ}} - \frac{(\text{ق} / ٢\text{أ})^{٢}}{٢ (\text{ق} + \text{ق} / ٢\text{أ})}$$

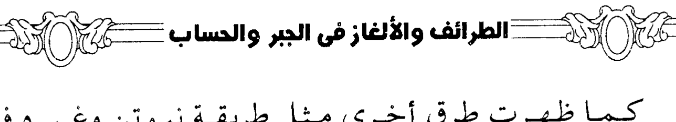
مثلا

$$\sqrt{٥} = ٢ + \frac{١}{٤} - \frac{(١ / ٤)^{٢}}{٢ [١ + (١ / ٤)]} = ١,٢٥ - ٠,٠٢٥ = ٢,٢٢٥$$

رابعاً : طريقة أبو الحسن القلصادى (١٥٤٠م)

$$\text{ن} = \frac{\text{٤ أ}^{٣} + \text{٣ أ ق}}{\text{٤ أ}^{٢} + \text{ق}}$$

$$٥ = ٢^{٢} + ١ = \frac{٤\,(٢)^{٣} + ٣ \times ٢ \times ١}{٤ \times (٢)^{٢} + ١} = \frac{٤ \times ٨ + ٦}{٤ \times ٤ + ١} = \frac{٣٨}{١٧} = ٢,٢$$



كما ظهرت طرق أخرى مثل طريقة نيوتن وغيره فى إيجاد الجذور التربيعية

طرق إيجاد الجذر التكعيبى (طريقة سيمون ستيفن)

$$\sqrt[٣]{\text{ن}} = \text{أ} + \frac{\text{ق}}{٣\text{أ}^{٢} + ٣\text{أ} + ١}$$

مثلاً $٩ = ٨ + ١ \qquad ٩ = (٢)^{٣} + ١$

(أ = ٢ ، ق = ١)

$$\therefore \sqrt[٣]{٩} = ٢ + \frac{١}{٣ \times ٤ + ٣ \times ٢ + ١} = ٢$$

$$+ \frac{١}{١٢ + ٦ + ١} = \frac{١}{١٩} ٢ = ٢,٠٥ \text{ تقريبا .}$$



(١٣) عبقرية أم حيلة حسابية

إذا كنت تميل بطبعك إلى حفظ الأعداد الضخمة فنحن هنا على استعداد لإشباع هذا الميل وتقويته فكثيرا ما تجد أن الذاكرة القوية تخدم صاحبها . إليك عددا تأمله واحفظه جيداً وهذا هو :

٥٨٨,٢٣٥,٢٩٤,١١٧,٦٤٧ احفظ العدد بتقسيمه بالطريقة التالية

٦٤٧,١١٧,٢٩٤,٢٣٥,٥٨٨ ردده مرارا تذكره فى نومك وفى يقظتك إلى أن تستطيع أن تردده فى أى لحظة دون تعثراً أو إبطاء . وبعد تان تتأكد من حفظك المتين لجميع أرقامه حسب ترتيب ورودها اكتبه على ورقة وادع أحد أصدقائك يضربه فى أى عدد من ٢ إلى ١٢

لنفرض أنه أراد ضربه X ٥ الأمر سهل ولا يستحق إجراء عملية الضرب فالجواب هو

٢٩٤١١٧٦٤٧٠٥٨٨٢٣٥ ولكن كيف تتم هذه العملية ؟

افحص حاصل الضرب الذى حصلت عليه وتأمل أرقامه وترتيبها الجديد إنها نفس أرقام العدد الأصلى فى ترتيب جديد فبدلا من أن يبدأ العدد بالمجموعة ٥٨٨ (من جهة اليسار) نراه يبدأ بالمجموعة ٢٩٤ وينتهى بالمجموعة ٢٣٥ التى كانت تسبقها مباشرة فى العدد الأصلى

نأخذ مثالا آخر لعملية الضرب : المطلوب ضرب العدد ٤١١٧٦٤٧٠٥٨٨٢٣٥٢٩٤١١٨٦٤٧ وفى هذه المرة أيضا نجد نفس أرقام العدد الأصلى بترتيب مختلف يبدأ عند ٤١ . ما السر فى هذا ؟ إليك التفسير فأما العدد الأصلى إنه يبدأ من جهة اليسار بالعدد ٥٨٨ ويقل بقليل عن ٦٠٠ وعليه مهما كان العدد الذى نريد الضرب فيه .

[لاحظ أننا أشترطنا أن يقع المجموع بين ٢ ، ١٢]

فإننا نضرب أولا × ٦ ثم نحاول أن نجد العدد الذى يليه فى الصغر بين مجموعات الأعداد فى العدد الأصلى فمثلا ٥٨٨,٢٣٥,٢٩٤,١١٧,٦٤٧ فى ٨

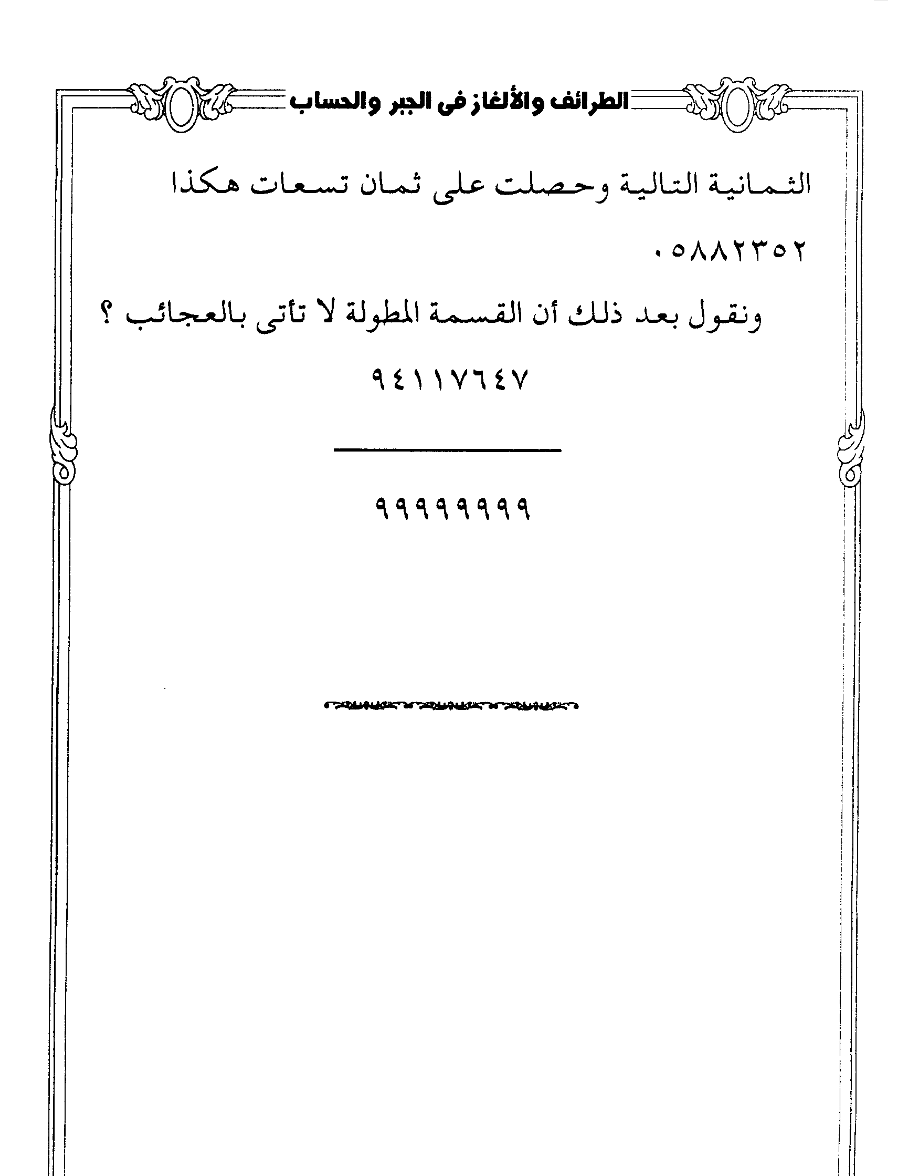
ونقول (٨ × ٦ = ٤٨ ولكن العدد ليس ٦٠ بل ٥٨ وعليه ينتظر أن يكون العدد أو الجواب أقل بقليل من ٤٨

وأقرب عدد عندنا فى المجموعات هو ٤٧ وعليه نبدأ من اليسار بالمجموعة ٤٧٠ ويكون الجواب .

[٤٧٠,٥٨٨,٢٣٥,٢٩٤,١١٧٦]

مرة أخرى العدد فى ٧ (نقول أن ٧ X ٦ = ٤٢ وبنفس التدليل السابق نختار المجموعة التى تبدأ بالعدد ٤١ والجواب = ٤١١٧٦٤٧٠٥٨٨٢٣٥٢٩ العـــدد X ٩ = ٥٢٩٤١١٧٦٤٧٠٥٨٨٢٣ وهكذا ألست مـــعى فى أن العملية طريفة ولك أن تباهى بنصرك على رفقائك إذا أنت أتقنتها بقى أن تعرف سرا خطيرا وهو أن هذه الخاصية من روائع القسمة المطولة ! هل تصدق أنها مستقاة من تحويل الكسر الإعتيادى (١ / ١٧) إلى كسر عشرى ؟ حاول عملية القسمة بنفسك وستجد أن خارج القسمة يبدأ هكذا :

١ / ١٧ = ٠,٠٥٨٨٢٣٥٢٩٤١١٦٤٧ ولا ينتهى بل مع الاستمرار فى القسمة تتكون عندنا مجموعة أخرى من الأعداد تبدأ بالصفر وتنتهى بالسبعة وتليها مجموعة أخرى مثلها ويسمون مثل هذا الكسر بالكسر الدائرى وفترته ١٦ رقما إذا أخذت الثمانية الأولى من جهة اليسار وأضفتها إلى



الثمانية التالية وحصلت على ثمان تسعات هكذا

٥٨٨٢٣٥٢٠

ونقول بعد ذلك أن القسمة المطولة لا تأتى بالعجائب ؟

٩٤١١٧٦٤٧

٩٩٩٩٩٩٩٩

(١٤) بمناسبة المربعات

هل يمكنك أن تعرف على مربع كامل بمجرد النظر ؟

هل تعتقد أن ٣١٢٧ مربع كامل ؟ وما رأيك فى ١٦٣٥ ، ٤٨٥٢ ، ٧٤٨ ، ٩٢٣ هل هى مربعات كاملة ؟

لا تطل التحديق فى هذه الأعداد فليس بينها مربع واحد ! أما السبب فى ذلك فلك أن تكتشفه لنفسك أو تتبع ما نقول

إليك سؤال مبدئى : هل رأيت مربعاً يبدأ بالرقم ٢ أو ٧ أو ٨ ؟ انظر جيدا إلى الأعداد الآتية كيف تبدأ مربعاتها [البدء دائما يكون من اليمين إلى اليسار] .

العدد ٩٨٧٦٥٤٣٢١

الرقم الأول الذى يبدأ به [من اليمين تذكر] ١٤٩٦٥٦٩٤١ أى أنه لا يوجد مربع يبدأ بالأرقام ٧ أو ٢ أو ٨ وحتى العدد هنا الذى يبدأ بالرقم هو ١٦٣٥ ليس مربعا كاملاً لأن ٥ × ٥ = ٢٥ وإليك اختبارا يساعدنا فى كشف العدد الغير مربع كامل :

١- نجمع أرقام العدد المعطى .

٢- إذا زاد مجموع الأرقام عن ١٠ نعيد الجمع حتى يصل المجموع إلى عدد أصغر من ١٠ .

٣- إذا كان العدد المعطى مربعاً كاملا فإن حاصل الجمع إما أن يكون ١ أو ٤ أو ٧ أو ٩ .

● **تحذير !**

ليس العكس فى هذه الحالة صحيحاً بمعنى أن العدد الذى يبتدئ بالرقم ١ أو ٤ أو ٧ أو ٩ لايتحتم أن يكون مربعاً :

الرياضى لا يصدق حتى يرى ويثبت

● **اختبارات :**

من جدول الضرب ٢٥ مربع كامل مجموع أرقامه ٥ + ٢ = ٧

وكذلك ٦٤ مربع كامل مجموع أرقامه ٤ + ٦ = ١٠

المجموع الثانى لأرقامه ٠ + ١ = ١

نأخذ العدد ٨٥٧٣٩٨٤ هل هذا مربع كامل ؟ نجرى الاختبار السابق

المجموع الأول لأرقام العدد ٤ + ٨ + ٩ + ٣ + ٧ + ٥ + ٨ = ٤٤

المجموع الثانى ٤ + ٤ = ٨ ∴

ليس مربع كامل

نأخذ العدد ٩٥٤٥٤٠٧٩ المجموع الأول لأرقامه = ٩ + ٧ + ٠ + ٤ + ٥ + ٤ + ٥ + ٩ = ٣٩

المجموع الثانى = ٣ + ٩ = ١٢ ، المجموع الثالث = ١ + ٢ = ٣ ليس مربعا كاملا .

والآن نأخذ العدد ٥٩٧٥٢٨١ المجموع الأول لأرقامه ٣٧ ، المجموع الثانى لأرقامه ١٠ المجموع الثالث افهل هو مربع ؟ هناك احتمال أن يكون مربعاً كاملاً لكن يؤسفنا أن نقول أنه ليس مربعا كاملا ! وعليه فلا بد من استخراج الجذور بالطريقة العامة أو التحليل نقول فما فائدة الاختبار الطويل العريض الذى تعلمناه ؟

نجيب أننا نتحسس طريقنا .... حاول البحث عن الشواذ !!!



(١٥) الجبر عند المصريين القدماء

إن مسألة من أقدم المسائل هى « هاو » كلها وسبعها يساوى تسعة عشر . و « هاو » هذه كلمة رياضية استعملها قدماء المصريين للدلالة على أى كمية غير معلومة فى مسألة رياضية ونحن اليوم نستعمل س أو أى حرف هجائى آخر بدلا من « هاو » فإذا صغنا المسألة فى لغة العصر لجاءت هكذا « عدد إذا جمع كله على سبعه كان الناتج تسعة عشر » [١].

لقد وجدت هذه المسألة فى قرطاس أحمس الذى تحدثنا عنه فى الباب الأول ونظرا لأن هذا القرطاس منقول عن آخر ما كتب حوالى (٢٠٠ ق . م) فإن عمر هذه المسألة أكثر من ٤٠٠٠ عام ، وإذا أراد القارئ أن يرى الخطوات المعقدة التى حلت بها هذه المسألة فإنه يجد ترجمة .

١- رواد الرياضة - تاليف الفريد هوبر - تقديم الدكتور / محمد مرسى أحمد

كاملة للنص المصرى فى قرطاس أحمس فى الجزء الثانى من كتاب تاريخ الرياضيات [٢] تأليف الدكتور د.أ . سميث .

ويجب أن نلفت نظر القارئ أن أحمس كان يسمى المجهول أحيانا « كومة » وتنطق بصورة آها (Aha) هكذا وجدت فى كتاب مقدمة فى تاريخ الرياضيات ص١٠١

تأليف (أ.د / وليم تاضروس عبيد – أ.د / عبد العظيم أنيس) . وربما يكون قد حدث خطأ فى الترجمة . والمهم سواء أكان اللفظ « هاو » أو «آها» فهى يدلان على المجهول س والمثال السابق حله كما ورد فى كتاب أحمس كالآتى :

وهذه المسألة تؤول بلغتنا الرياضية المعاصرة إلى حل المعادلة :

س + ١ / ٧ س = ١٩

وقد سار أحمس فى حل هذه المسألة كما يلى :

١ يعطى ⟵ ٧

١ / ٧ يعطى ⟵ ٧

(١ / ٧) ١ يعطى ⟵ ٨ (بالجمع معا)

٢- DR. D. Esmith. History of mathmatics



كم ٨ فى ١٩ ؟

وهنا بحث أحـمس عن عـدد المرات التى يضـاعف بهـا العدد ٧ حتى يحصل على العدد ١٩ وسار كالآتى :

١ يعطى ⟵ ٨

٢ تعطى ⟵ ١٦ تضعيف العدد ٨

١/٢ يعطى ⟵ ٤ تنصيف العدد ٨

١/٤ يعطى ⟵ ٢

١/٨ يعطى ⟵ ١

٢ ، ١/٤ ، ١/٨ تعطى ١٩

الكومة تصحيح ٢ ، ١ / ٤ ، ١ / ٨ مرات من العدد ٧

١ يعطى ٢، ١/٤ ، ١ /٨ (أى (٣/٨) ٣)

٢ تعطى ٢، ١/٢ ، ١/٤ تضعيف

٤ تعطى ٨ ، ١ ، ١/٢ تضعيف

---

٧ تعطى ١٦ ، ١/٢ ، ١/٨ وهذه هى النتيجة

وبذلك تكون الكومـة المطلوبة تسـاوى ١٦ ، ١/٢ ، ١/٨ أى ((٥/٨) ١٦) .

ونلاحظ أن افتقار قدماء المصريين إلى رموز سهلة للأعداد والمتغيرات هو الذى جعل الحل طويلا ومعقدا وخاصة إذا ما قارنا بطريقة حل المعادلة : س + ١ / ٧ س = ١٩

المعروف حاليا لدى طالب الصف الأول الإعدادى يحلها كالآتى :

٧ س + س = ١٣٣ ∴ ٨ س = ١٣٣ ومنها س = ١٣٣ / ٨ = (٥ / ٨) ١٦

ولكن عليك أن تقدر أحمس حيث أن هذا الحل منذ ٤٠٠٠ سنة .

وتعتبر بردية رانيد التى كتبها الرياضى المصرى القديم أحمس والتى يطلق عليها « كتاب أحمس » أو (قرطاس أحمس) أول وثيقة رياضية مكتوبة تتضمن معالجات منظمة فى أبواب اشتملت على العدد وكتابة الأرقام ، وقواعد العمليات الحسابية الأربعة ، والكسور ، والمربع ، والجذر التربيعى ، وحل معادلات من الدرجة الأولى والثانية وبعض المتواليات ، ومسائل هندسية ، وقد تضمنت الأعمال الرياضية بعض الرموز ، وكانت السمة الغالبة على طرق حل

المعادلات عند قدماء المصريين فى استخدام تقدير أولى للمجهول ثم تصحيح القيمة الافتراضية بما يتفق مع معطيات المسألة . وقد كانت المسائل كلها لفظية ذات طبيعة عملية « تطبيقية » .

ولقد أطلق على الطريقة السابقة فى الحل طريقة الوضع الكاذب (٣) ولقد وردت السطور الآتية فى كتاب Crounde of Artes الذى كتبه الرياضى الإنجليزى « روبرت ريكورد » فى منتصف القرن السابع عشر .

افترض وادرس ما يؤول إليه افتراضك .

فقد تتقدم من المصادفة إلى الحقيقة .

واسترشد أولا بالسؤال .

بالرغم من أن الحقيقة لا تظهر فيه .

يؤدى إلى ظهور الحقيقة .

٣- فى الأصل الإنجليزى . Rule of false Position or Rule of false

ولقد استخدمت هذه الطريقة ، التى تبدأ بافتراض عدد (تعلم فى أغلب الأحوال أنه غير صحيح) حتى ثلاثمائة وخمسون سنة مضت .

ومن المسائل الطريفة التى وجدتها فى بردية رانيد المسألة رقم ٧٩ والتى تقول ما يمكن أن يكون معناه كالآتى :

عزبة بها ٧ منازل وفى كل منزل ٧ قطط وكل قطة أكلت ٧ فئران وكل فأر أكل ٧ سنابل من القمح وكل سنبلة كانت تحمل ٧ وزنات من الحبوب . كم كان مجموع ما فى العزبة من منازل وقطط وفئران وسنابل ووزنات الحبوب ؟

وقد وجدت بيانات هذه المسألة كالآتى :

منازل	٧
قطط	٤٩
فئران	٣٤٣
سنابل القمح	٢٤٠١
وزنات الحبوب	١٦٨٠٧
	١٩٦٠٧

وقد ظهرت مسألة تؤول فى حلها إلى معادلات من الدرجة الثانية كالآتى :

قسم ١٠٠ وحدة مربعة إلى مربعين بحيث أن طول ضلع أحد هذين المربعين يساوى ٣ / ٤ طول الضلع الآخر .

وكان الحل كالآتى :

ليكن طول ضلع المربع = ١ والآخر = ٣ / ٤

١ = ٣ / ٤

بالتربيع ١ = ٩ / ١٦

بالجمع ١ ، ٩ / ١٦ = ٢٥ / ١٦

بأخذ الجذر التربيعى تحصل على ٥ / ٤

الجذر التربيعى للعدد الأصلى هو ١٠

كم ٥ / ٤ فى العدد ١٠ ؟

ثم يقسم ١٠ على ٥ / ٤ فتحصل على ٨

وبذلك تكون :

طول ضلع المربع الأول ٨

طول ضلع المربع الثانى ٣ / ٤ × ٨ = ٦

أى أن المربعين المطلوبين يكونان ٦٤ ، ٣٦

وجدير بالذكر أن بعض المؤرخين يرون أن بردية أحمس تضمن إدراكا لقانون الإبدال فى الأعداد حيث كان أحمس يميز بين حاصل ضرب مثل (أب) وحاصل الضرب (ب أ)، كما أنها تضمنت استخدام قانون التوزيع حيث كان أحمس يضاعف عددا مثل ٢ ، ١ / ٤ ، ١ / ٨ بمضاعفة كل من ٢ ، ١ / ٤ ، ١ / ٨ .

ومما يدعو إلى الإعجاب الشديد أن بردية موسكو احتوت على مثال عددى يدل حله الموجود فى البردية على دراية الرياضى المصرى قبل ٤٠٠٠ عام ، بقانون حجم الهرم الناقص ذى القاعدتين المربعتين والذى نصه الحالى كالتالى :

ح = ١ / ٣ ع (أ^{٢} + أ ب + ب^{٢}) حيث ع ارتفاع الهرم ، أ طول ضلع إحدى القاعدتين ، ب طول ضلع القاعدة الأخرى، أو نصه فى بعض الكتب .

ح = ١ / ٣ ع (ق١ + $\sqrt{\text{ق١ ق٢}}$ + ق٢) حيث ق١ ، ق٢ مساحتا قاعدتيه ، ع طول ارتفاعه .

وقد كانت المسألة كما يلى :

« إذا أخبرت أن هرما ناقصا ارتفاعه الرأسى ٦ له ٤ فى

القـاعـدة ، ٢ في القـمـة . فـإن عليك أن توجـد مـربع هذه الأربعة فيكون الناتج ١٦ ،وعليك أن تضاعف ٤ فينتج ٨ ، وعليك أن توجد مربع ٢ فيكون الناتج ٤ ، اجمع ما حصلت عليـه ٤,٨,١٦ فـينتج ٢٨ خـذ ١ / ٣ الارتفـاع ٦ ينتج ٢ ، ضـاعف الـ ٢٨ فـينتج ٥٦ ، انظر إنهـا ٥٦ سـوف تجـدها صحيحة .

ح = ١ / ٣ × ٦ [(٤)^{٢} + ٤ (٢) + (٢)^{٢}]

= ٢ (١٦ + ٨ + ٤) = ٥٦

ومن بين المسـائل التى وردت فى بردية أحـمس المسـألة التالية التى تنم عن معرفة المتواليات :

اقسم ١٠٠ رغيف على خمسة رجال بحيث أن ما يحصلون عليه يكون متوالية عددية وأن ١ / ٧ أكبر ثلاثة منهم يساوى مجموع أصغر اثنين ، وما هو الفرق بين الأنصبة ؟

كما اعتبر أحمس أن مساحة الدائرة تساوى مربع ٨ / ٩ قطرها وهذا يعنى أن المصريين كـانوا يحسبون القيمة التقريبية للعدد ط على أنها ٢٥٦ / ٨١ أى ٣,١٦ تقريبا .

ويجدر بالذكر هنا أن قدماء المصريين كانوا يعرفون حالات خاصة من نظرية فيثاغورث حيث كانوا يستخدمون مثلثا مصنوعاً من الحبال أطول أضلاعه ٣ ، ٤ ، ٥ للحصول على زاوية قائمة ، وقد قيل أن فيثاغورث نفسه زار مصر فى بعض معاهدها فى القرن السادس قبل الميلاد .

ويتضح ذلك فى مسألة معينة فى بردية برلين (رقم ٦٦١٩) من كاهون (الأسرة الثانية عشر) تؤدى إلى معادلتين إحداهما تربيعيتين – ذات كميتين مجهوليتين – وهى بالطريقة الحديثة تشابه :

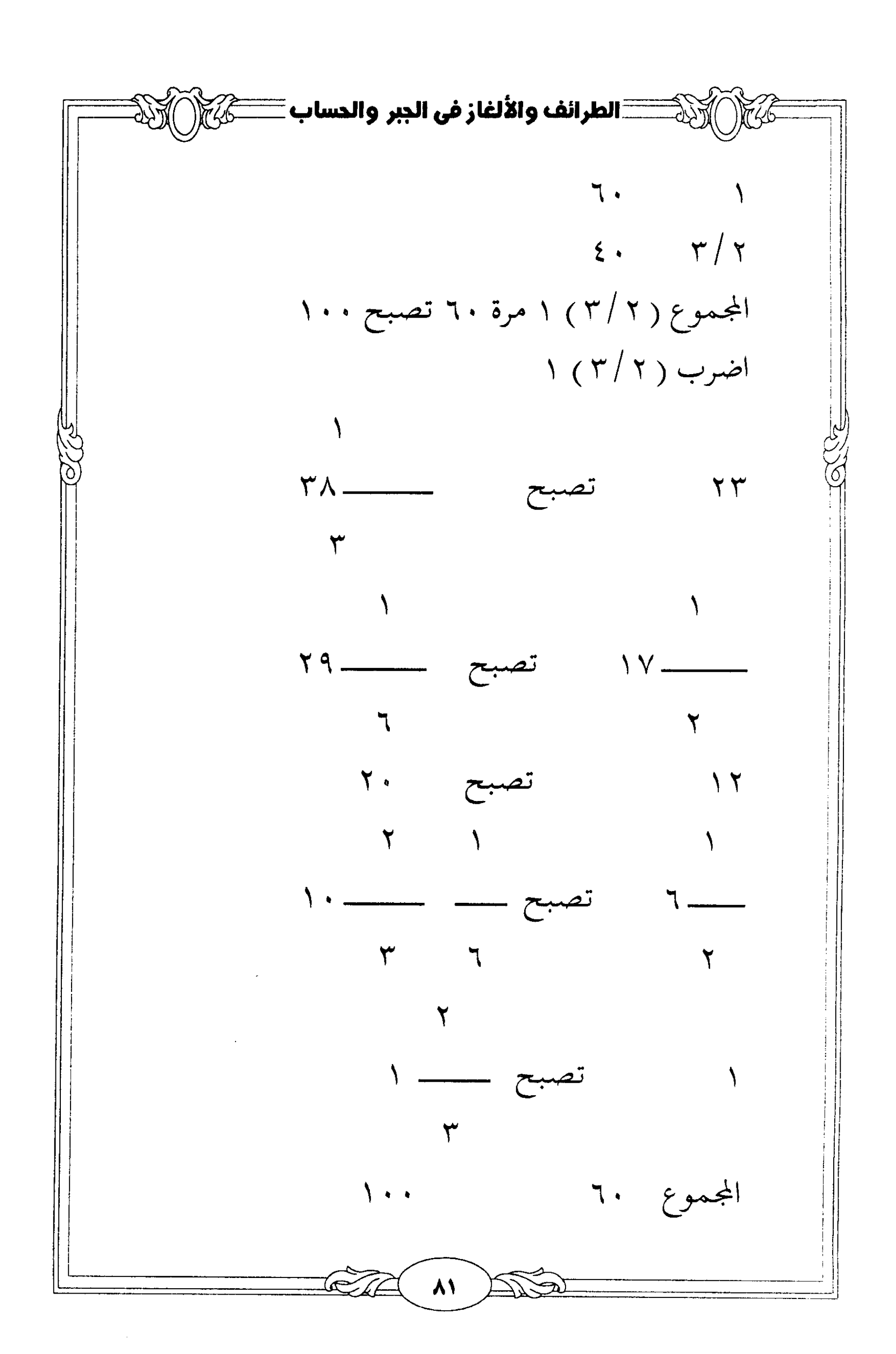
$س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠$ ، ص = ٣ / ٤ س

والآن نرجع إلى مسألة الخبز السابقة التى ترجمها تشيس تحل هكذا :

اجعل الفرق بين الأنصبة ٥,٥ فتكون الكميات التى يأخذها الرجال هى ٢٣ + ١٧,٥ + ١٢ + ٦,٥ + ١ = ٦٠

وبقدر ما يكون لازما لتضعيف العدد ٦٠ ليصبح مائه ، بقدر ما تضاعف هذه الأرقام للوصول إلى المجموعات الحقيقية .





١ ٦٠

٢/٣ ٤٠

المجموع (٢/٣) ١ مرة ٦٠ تصبح ١٠٠

اضرب (٢/٣) ١

٢٣ تصبح ٣٨ ١/٣

١٧ ١/٢ تصبح ٢٩ ١/٦

١٢ تصبح ٢٠

٦ ١/٢ تصبح ١/٦ ١٠ ٢/٣

١ تصبح ١ ٢/٣

المجموع ٦٠ ١٠٠

١ - خصائص الأعداد

كانت الأعداد الطبيعية ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ...... محل تفكير واهتمام الكثيرين من الفلاسفة والرياضين على مر العصور فقد كون فيثاغورث (٥٧٠ق.م) مثلا مدرسة فلسفية لدراسة الهندسة والحساب والموسيقى والفلك وكانت تلك المدرسة فى مدينة كريتون التى تقع فى جنوب إيطاليا وقد هرب إليها من جزيرة ساندس بعد غزو الفرس لأيونيا حوالى ٥٣٠ ق.م وكريتون هى مدينة قريبة من ساندس وكانت ذات مركز تجارى هام وكان العنصر الأساسى فى كل تلك الدراسات هو العدد الذى اعتبروه أنه أصل كل الأشياء ومفتاح فهم الكون وقد افترضوا أن عناصر العدد هى عناصر كل الأشياء وأن السماء ليست إلا سلما موسيقيا وعددا وأن الحياة أيضا عدد ونغم . ولم تكن هذه العقيدة قاصرة على الفيثاغورثين بل وجدت فى عهود سابقة لهم فى الحضارات القديمة وامتدت إلى ما بعدهم ؛ وقد اشتغل بعض العرب فى العصور الوسطى بخواص العدد ومن أشهر

من فعل ذلك الجماعة الفلسفية المعروفة باسم (إخوان الصفا) التى كان لها معتقدات غريبة فى الأعداد .

والواقع أن غرض الفلاسفة الحكماء فى زمن اليونان إلى العرب من النظر فى العلوم الرياضية وتخريجهم تلامذتهم بها ، إنما هو سلوك والتطرق منها والترقى إلى العلوم الإلهية الذى هو أقصى غرض الحكماء والنهاية التى ترتقى بالمعارف الحقيقية وقد أخذ علماء العرب الأعداد وتعمقوا فى نظرياتها وأنواعها وخواصها . وكانوا – كما كان اليونان من قبلهم – يرون فى علم العدد والأعداد نوعا من القداسة ، ولكن هذه القداسة لم تمنعهم من تطبيق أعداد الرياضيات فى شئون الحياة العملية . ولقد قدم الحكماء النظر فى علم العدد قبل النظر فى سائر العلوم الرياضية .

٢- المعتقدات الخرافية عن الأعداد

الأعداد الأربعة الأولى (٤,٣,٢,١) يمثلون العناصر الأساسية فى تكوين الطبيعة أو الشخصية وهى (النار – الماء – الهواء – التراب) كما كانوا يعتبرونها .

لقد ربط الفيثاغورثون الأعداد بالهندسة . فللنقطة

عندهم كيان . والخط المستقيم يتمدد بنقطتين ، كما يتمدد المستوى بثلاث فقط ويتحدد الفراغ بأربع فقط . ومن هنا اتجه فيثاغورث إلى اعتبار الكون كامنا فى هذه الأعداد الأربعة .

كان الفيثاغورثيون يرتلون لهذا الرباعى المقدس بقولهم « باركنا أيها العدد السماوى الذى خلق الآلهة والناس أيها الرباعى المقدس الذى يشمل أصل هذا الخلق المتدفق إلى الأبد »

– المناظرة بين الأعداد والأشياء فى هذا العالم هكذا

الأعداد الفردية ⟵ مذكرة .

الأعداد الزوجية ⟵ مؤنثة .

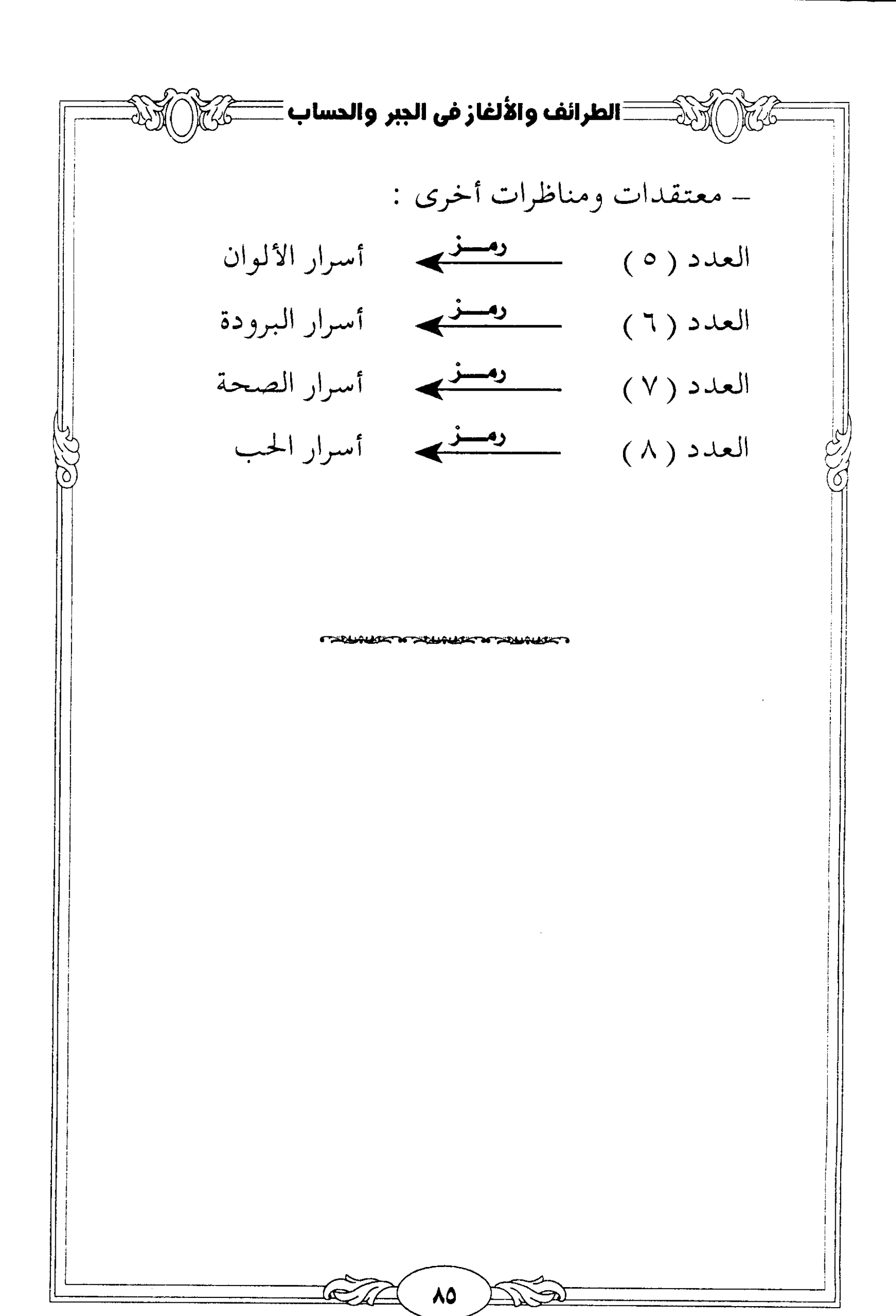
العدد (١) ⟵ رمز للتعقيل

العدد (٢) ⟵ رمز للرأى

العدد (٣) ⟵ للقدرة الجنسية

العدد (٤) ⟵ للعدل

العدد (٥) ⟵ للزواج



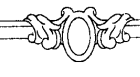
- معتقدات ومناظرات أخرى :

العدد (٥) ← رمز ← أسرار الألوان

العدد (٦) ← رمز ← أسرار البرودة

العدد (٧) ← رمز ← أسرار الصحة

العدد (٨) ← رمز ← أسرار الحب



٣- تصنيفات الأعداد

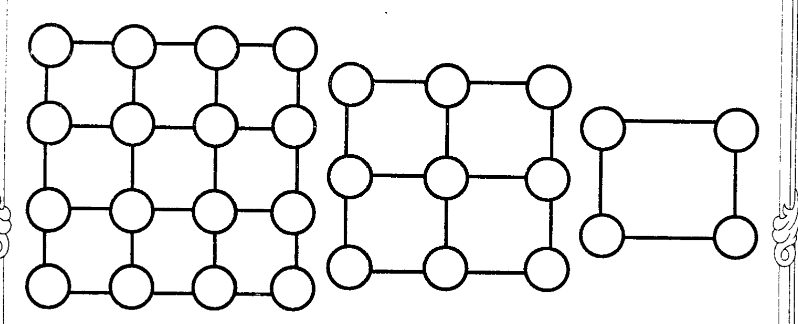
كان الإغريق يفرقون بين (أ) الدراسة المجردة للأعداد وهى ما تختص بخواص الأعداد والعلاقات بينهما وأطلقوا على ذلك اسم « الأرثيماطيقا » وهو أقرب ما يسمى عند الرياضين الحاليين بنظرية الأعداد (ب) الدراسة المتعلقة بالاستخدام العملى للأعداد والتى تتضمن إجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة وأطلقوا على ذلك اسم الحساب السوقى وهو أقرب إلى ما يدرس حالياً فى مدارسنا الإبتدائية تحت عنوان الحساب .

أولا : الأعداد المذكرة (الفردية) والمؤنثة (الزوجية)

التمييز بين الأعداد الفردية والزوجية هو أحد المظاهر القديمة فى علم الأرثيماطيقا . وقد عرف أفلاطون ذلك وربما يكون فيثاغورث نفسه قد تعلمه فى مصر أو بابل . ومن بين الألعاب الشهيرة فى عصر أفلاطون (٤٣٠ – ٣٤٩ ق.م) أن يخفى شخص فى إحدى يديه عدداً فردياً أو زوجياً من العملات .



والأعداد الفردية تعطى مربعات عند جمعها بالتتابع مثلاً :



١ + ٣ = ٤ = $٢^{٢}$

١ + ٣ + ٥ = ٩ = $٣^{٢}$

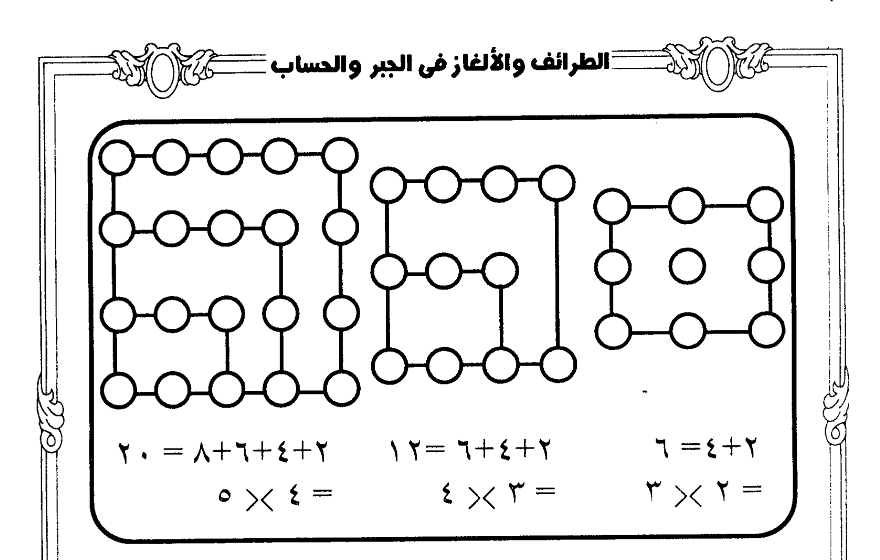
١ + ٣ + ٥ + ٧ = ١٦ = $٤^{٢}$

ولكن الأعداد الزوجية تعطى مستطيلات عند جمعها بالتتابع فمثلاً :

٢ + ٤ = ٦ = ٢ X ٣

٢ + ٤ + ٦ = ١٢ = ٣ X ٤

٢ + ٤ + ٦ + ٨ = ٢٠ = ٤ X ٥



ثانياً : الأعداد المثلثية

وهى التى يمكن تمثيلها بمثلث متساوى الأضلاع . مثل : (١، ٣، ٦، ١٠، .....).

ومن الملاحظ أن كلا من هذه الأعداد يساوى مجموعة جزئية من المتتابعة : ١,٢,٣,٤,٥,٦,٧,٨,٩,.... فمثلاً :

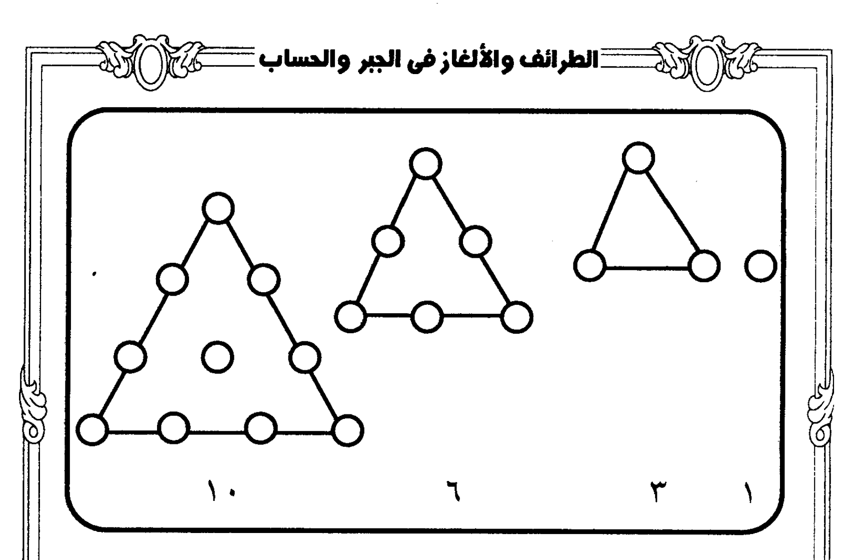
١ = ١ عدد مثلثى

١ + ٢ = ٣ عدد مثلثى

١ + ٢ + ٣ = ٦ عدد مثلثى

١ + ٢ + ٣ + ٤ = ١٠ عدد مثلثى

١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ = ١٥ عدد مثلثى .... وهكذا



ثالثاً : الأعداد المربعة

وهى الأعداد التى يمكن تمثيلها بمربع حيث يوجد عدد يضرب فى نفسه فتحصل على العدد المربع مثل : ١، ٤، ٩، ١٦، ..... ويلاحظ أن العدد المربع يساوى مجموع متتابعة من الأعداد الفردية ابتداء من العدد فمثلاً :

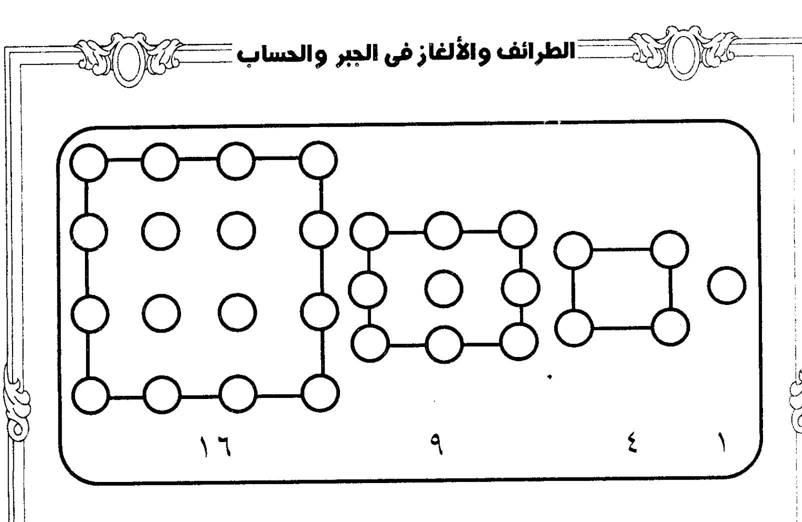
$١ = ١ = (١)^٢$

$١ + ٣ = ٤ = (٢)^٢$

$١ + ٣ + ٥ = ٩ = (٣)^٢$

$١ + ٣ + ٥ + ٧ = ١٦ = (٤)^٢$

$١ + ٣ + ٥ + ٧ + ٩ = ٢٥ = (٥)^٢$ .... وهكذا

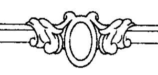


ويلاحظ أن أى عدد مربع يساوى مجموع عددين مثلثين متتابعين فمثلاً :-

٤ = ١ + ٣

٩ = ٣ + ٦

١٦ = ٦ + ١٠ ، وهكذا ....



الأعداد المخمسة :-

وهى التى يمكن تمثيلها بخماسى منتظم ومن أمثلتها ١ ، ٥ ، ١٢ ، ٢٢ ، ....

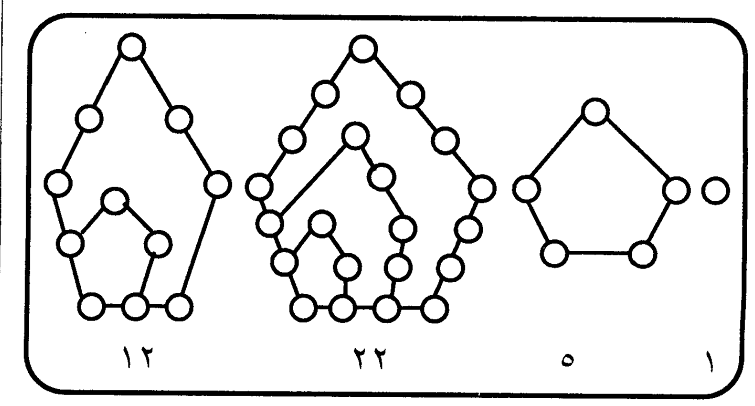
ويلاحظ أن العـدد المخـمس يسـاوى مـجـمـوع عـددين أحدهما مثلث والآخر مربع فمثلا

٥ = ١ + ٤ ، حيث ١ عدد مثلث ، ٤ عدد مربع

١٢ = ٣ + ٩ ، حيث ٣ عدد مثلث ، ٩ عدد مربع

٢٢ = ٦ + ١٦ ، حيث ٦ عدد مثلث ، ١٦ عدد مربع

٣٥ = ١٠ + ٢٥ ، حـيث ١٠ عـدد مـثلث ، ٢٥ عـدد مربع ..... وهكذا



وقد وضع نيكوماخوس (١٠٠م) جدولا يبين الأعداد المضلعة نبرز جانبا منه فيما يلى :

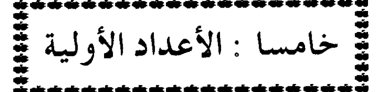
أعداد مثلثة	١	٣	١٠	١٥	٢١
أعداد مربعة	١	٤	١٦	٢٥	٣٦
أعداد مخمسة	١	٥	٢٢	٣٥	٥١
أعداد مسدسة	١	٦	٢٨	٤٥	٦٦
أعداد مسبعة	١	٧	٣١	٥٥	٨١
أعداد مثمنة	١	٨	٤٠	٦٥	٩٦

لاحظ أن :

العدد المثمن ٨ = العدد المسبع ٧ + العدد المثلث ١ .

العدد المثمن ٢١ = العدد المسبع ١٨ + العدد المثلث ٣ .





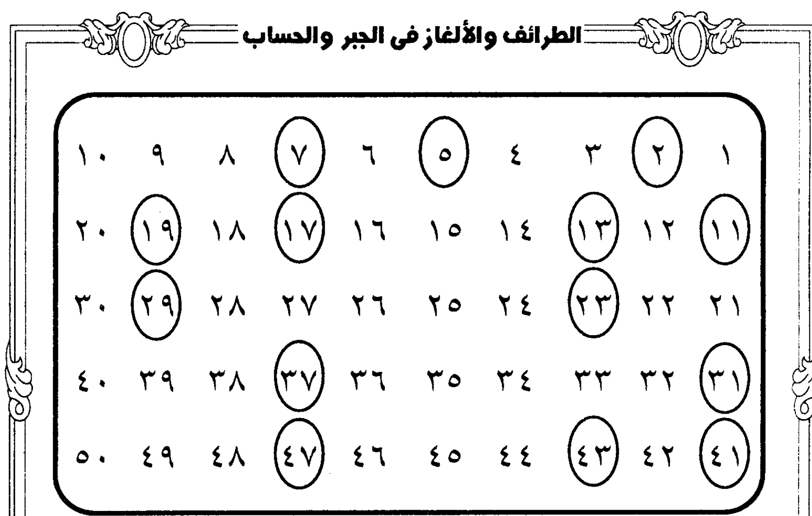
خامسا : الأعداد الأولية

عرف أرسطو (٢٨٤ - ٣٢٢ ق.م) واقليدس (حوالى ٣٠٠ ق.م) العدد الأولى بأنه العدد الذى لا يقاس بأى عدد آخر ، ولم يكن الإغريق يعترفون بالواحد الصحيح على أنه عدد ومن ثم فإن تعريفهم يقترب من التعريف السائد حاليا وهو أنه عدد صحيح أكبر من الواحد ولا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد الصحيح من أمثلة الأعداد الأولية ٣ ، ٢ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٢٢٩ .

ويكون العدد الصحيح غير أولى إذا أمكن تحليله إلى عاملين غير الواحد الصحيح والعدد نفسه .

ومن أمثلة الأعداد غير الأولوية : ٤ ، ٦ ، ٩ ، ١٢١ ، ....

وقد وضع أراتوثينيس Eratosthenes (حوالى ٢٠٠ ق.م) جدولا سمى بغربال أراتوثينيس يبين فيه الأعداد الأولية ويبدو جانب منه كما فى الشكل :



١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠

ويمكن الحصول على الأعداد الأولية بأن نبدأ بأول عدد أولى وهو العدد ٢ ثم نحذف كل ثانى عدد (٤ ،٦، ٨ ، ١٠، ...) ثم نأتى إلى العدد الأولى التالى وهو العدد ٣ ثم نحذف كل عدد ثالث (٦، ٩، ١٢، ....)ثم العدد الأول التالى وهو العدد (٥) ثم نحذف كل عدد خامس وهكذا ... وهى عملية لا تنتهى وذلك لأن (الأعداد الأولية مجموعة غير منتهية وقد أثبت أقليدس لا نهائية الأعداد الأولية وذلك بأن افترض أن آخر عدد أولى هون ثم أثبت أنه يوجد عدد أولى أكبر من ن .

وقد حاول الكثيرون من الرياضيين وضع قاعدة للعدد

الأول على سبيل المثال اعتقد فرمات (٦٣٨م) أن كل عدد بالصورة $(٢^{٢^{٣}} +١)$ حيث ن عدد صحيح يكون عدد أولى فمثلا العدد $(٢^{٢^{٣}} +١) = ٢^{٨} + ١ = ٢٥٧$ عددا أوليا ، ولكن وجد أن قاعدة فرمات صحيحة فقط فى حالة ن 3[١، ٢، ٣، ٤]

ووضع أويلر عام ١٧٧٢ م القاعدة ن٢ – ن + ٤١ ولكنها تعطى أعداداً أولية إلى ن = ٤٠ فقط وقد أنفق أحد الرياضيين واسمه كوليك (١٧٧٣م – ١٨٦٣م) ٢٠ سنة من عمره فى عمل جداول للأعداد الأولية .

سادساً : الأعداد التامة (الكريمة الجميلة)

يعد العدد التام على أنه العدد الذى يساوى مجموع قواسمه التامة فمثلا :

العدد ٦ عدد تام لأن ٦ = ١ + ٢ + ٣

العدد ٢٨ عدد تام لأن ٢٨ = ١ + ٢ + ٤ + ٧ + ١٤

وقد وضع إقليدس النظرية التالية للحصول على أعداد تامة :



احسب المجاميع الجزئية للمتسلسلة

١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٨ + ١٦ + ... وهكذا

إذا كان أحد المجاميع عددا أوليا فاضرب هذا المجموع فى الحد الأخير للمتسلسلة تحصل على عدد تام فمثلا :

١ + ٢ = ٣ وهو عدد أولى ، الحد الأخير فى المتسلسلة ١+ ٢ هو العدد ٢

∴ العدد التام هو ٢×٣ = ٦ وهو عدد تام كذلك .

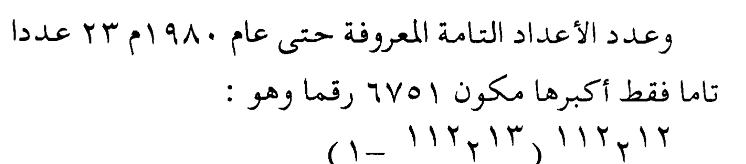
١ + ٢ + ٤ = ٧ وهو عدد أولى الحد الأخير هو ٤

٧ × ٤ = ٢٨ وهو عدد تام .

لاحظ أن القاسم التام لعدد صحيح هو عامل من عوامل العدد بشرط ألا يكون العامل هو العدد نفسه وطبقا لهذه القاعدة فإننا نحصل على الأربعة الأولى : ٦، ٢٨ ، ٤٩٦ ، ٨١٢٨ وهى أعداد تامة .

والأمر ليس بالبساطة فى اتباع هذه القاعدة إذ أن العدد التام الخامس هو ٣٣٥٥٠٣٣٦ .

وفى عام ١٩٦١م تم الوصول إلى العدد التام رقم ٢٠ وهو عدد مكون ٢٦٦٣ رقم .



وعدد الأعداد التامة المعروفة حتى عام ١٩٨٠م ٢٣ عددا تاما فقط أكبرها مكون ٦٧٥١ رقما وهو :

$$٢^{١١٢١٢} (٢^{١١٢١٣} - ١)$$

سابعا : الأعداد الناقصة (الرديئة - الكئيبة)

العدد الناقص هو الذى يكون مجموع قواسمه التامة أقل منه فمثلاً :-

الأعداد ٨ ، ٩ ، ٢٧ أعداد ناقصة لأن :

١ + ٢ + ٤ < ٨

١ + ٣ < ٩

١ + ٣ + ٩ < ٢٧

ثامنا : الأعداد الزائدة

العدد الزائد هو الذى يكون مجموع قواسمه التامة أكبر منه فمثلاً :-

الأعداد ١٢ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٣٠ ، ٣٦ زائدة لأن :

١٢ < ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٦

، ١٨ < ١ + ٢ + ٣ + ٦ + ٩،..........

وأول عدد زائد فردى هو ٩٤٥



البـــاب الثانى

الألغاز فى الرياضيات







الباب الثانى

الألغاز فى الرياضيات

تاسعا : الأعداد المتحابة

يقال أن عددين متحابين إذا كان مجموع القواسم التامة لأى منهما يساوى الآخر :

فمثلا العددان : ٢٢٠ ، ٢٨٤ متحابان لأن قواسم ٢٢٠ التامة هى :

١ ، ٢ ، ٤، ٥، ١٠، ١١، ٢٠، ٢٢، ٤٤ ، ٥٥ ، ١١٠

مجموع قواسمه = ١ + ٢ + ٤ + ٥ + ١٠ + ١١ + ٢٠ + ٢٢ + ٤٤ + ٥٥ + ١١٠ = ٢٨٤ .

ومجموع قواسم ٢٨٤ = ١ + ٢ + ٤ + ٧١ + ١٤٢ = ٢٢٠

وكان الشخص يبحث عن صديق بحيث يكون حساب الجمل لاسميهما عددين متحابين .

وقد توصل أويلر (عام ١٧٤٧م) إلى ٦٠ زوجا من الأعداد المتحابة ، وتوصل (نيكولاى) وهو فى سن السادسة عشرة إلى أن العددين ١١٨٤ ، ١٢١٠ عددان متحابان

وكان ذلك عام ١٨٦٦ م.

ومن أزواج الأعداد المتحابة المعروفة :

(٢٦٢٠ ، ٢٩٢٤)،(٥٠٢٠,٥٥٦٤)،(٦٢٣٢ ، ٦٣٦٨)

ويروى ثابت بن قرة فى القرن التاسع الميلادى ومن أبرز المترجمين لكتاب (الأصول) لإقليدس أنه وجد قاعدة لإيجاد الأعداد المتحابة كما يلى :

أ = ٣ × $٢^{ن}$ − ١

ب = ٣ × $٢^{ن-١}$ − ١ ⎫ حيث أ ، ب ، جـ أعداد أولية، ن عدد صحيح

جـ = ٩ × $٢^{٢ن-١}$ − ١

فإن العددين ق ، ك يكونان متحابين حيث :

ق = $٢^{ن}$ × أ × ب ، ك = $٢^{ن}$ × جـ

وبوضع ن = ٢ نجد أن :

أ = ٣ × $٢^{٢}$ − ١ = ١١

ب = ٣ × $٢^{٢-١}$ − ١ = ٥

جـ = ٩ × $٢^{٤-١}$ − ١ = ٧١

إذن ق = $٢^{٢}$ × ١١ × ٥ = ٢٢٠

، ك = $٢^{٢}$ × ٧١ = ٢٨٤

ألغاز بأعداد أولية

١- نمرة توفيق

عدلى وتوفيق صديقان منذ أيام الدراسة تقابلا بعد غيبة طويلة فى سيارة أو أتوبيس فبعد تبادل التحية والسؤال عن الصحة والأسرة والأنجال قال توفيق : لنا مدة طويلة لم نتقابل فيها .... إننا نريد أن نستعيد ذكريات الماضى السعيدة إنى أدعوك لتناول العشاء معنا مساء اليوم ... إن زوجتى ستسر حين ترى زميل زوجها ... فقال عدلى بكل سرور .... ولكن ما هو العنوان ؟ فقال توفيق : إننى أقطن فى الشارع الفردى إنه سمى بذلك ليس بالنسبة لأن عدد سكانه فرديا ولكن لأن جميع أرقام منازله فردية ... إن نمرة منزلى تتكون من ٣ أرقام وهى مربع لعدد فردى ولو عكست نمرة منزلى فالناتج مربع كامل لعدد فردى وهو عكس العدد الفردى الأول فقال عدلى سوف أكون عندك فى تمام الساعة السابعة مساء وفى الميعاد المحدد توجه عدلى لصديقه توفيق وتناول طعام العشاء عنده وأمضيا وقتا لطيفا ... ولكن ما لنا وهذا الحديث ... ؟ ما هى نمرة منزل توفيق ؟ هل لك أن تستنتجها ؟



٢- أعمار الأسرة

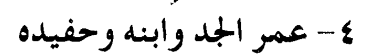
قال إدوارد لصديقه عبد الله : « لقد لاحظت أن كلا من عمرى وعمر زوجتى وعمر ابنى بالسنوات عبارة عن عدد فردى ومجموع أعمارنا جميعا هو ١٠١ وأنه بعد ٦ سنوات يصير مجموع عمرى وعمر زوجتى ١٠٠ سنة فهل لك أن تعرف عمرى وعمر زوجتى وعمر ابنى ؟

٣- قال رجل لابنه :

« لقد لاحظت أن عمرى فى العام الماضى كان ضعف عمرك وأن كلا منا عكس الآخر فما عمر كل من الأب وابنه ؟

٤- عمر الجد وابنه وحفيده

قال الجد لحفيده « إن عمرى وعمر والدك وعمرك بالسنين أعداد أوليه ومجموعها ٩٩ وفى العام الماضى كان عمر والدك ٥ أمثال عمرك ، فمما عمر كل من الجد وابنه وحفيده ؟



٥- رقم التذكرة

قطع شخص تذكرة سفر بالسكة الحديد وكان هذا الشخص مغرما بالرياضيات فلاحظ أن نمرة التذكرة مكونة من ٥ أرقام مختلفة وأن الآحاد والعشرات معا عبارة عن مربع كامل وأن المئات وآحاد الألوف عبارة عن مربع كامل وأن الجذر التربيعى لكل منها مختلف عن الآخر وأن نمرة التذكرة كلها عبارة عن مربع كامل وأن جذرها التربيعى عبارة عن عدد أولى وأنه يقرأ طردا وعكسا ، فما نمرة التذكرة ؟



التسلية بالرياضيات

(١)

سرق لص بضع جنيهات من ثلاثة أشخاص وقد لحقه الشخص الأول فأغراه اللص بأن أعطاه نصف ما سرقه وجنيهان . ثم لحقه الشخص الثانى فأعطاه اللص نصف ما بقى وجنيهين وأخيرا لحقه الشخص الثالث فأعطاه اللص نصف الباقى أخيرا وجنيهان وقد تبقى اللص جنيها فكم كان عدد الجنيهات أولا ؟



(٢)

أراد رجل أن يشجع ابنه على استذكار الرياضة فاتفق معه على أن يعطيه ٨ قروش عن كل مسألة يحلها وأن يدفع الابن غرامة ٥ قروش عن كل مسألة لا يحلها وبعد ٢٦ مسألة لم يأخذ أحدهما قرشا من الآخر فكم كان عدد المسائل الصحيحة التى حلها الابن؟



(٣)

قال رجل لنفسه « إذا أعطيت ٧ قروش لكل شحات أمام باب منزلى فإنه يبقى معى ٢٤ قرشا . وإذا أردت أن أعطى كل شحات ٩ قروش فإننى أحتاج إلى ٣٢ قرشا . فما عدد الشحاتين ؟ وما عدد النقود التى كانت معه ؟

(٤)

اتفق ثرى مع سائق على أن يعطيه أجرا قدره " ١٠٠ جنيها وساعة " فى نهاية كل عام وبعد ٧ شهور خرج السائق من عند الثرى وقد أعطاه الساعة و ٢٠ جنيها ، فمك يبلغ ثمن الساعة ؟

(٥)

دخل تاجران إحدى البلاد ومع أحدهما ٦٤ علبة شاى ومع الآخر ٢٠ علبة . ولما لم يكن معهما نقودا كافية



للجمرك فإن الأول دفع ٥ علب شاى و ٤٠ قرشا ودفع الثانى علبتان وأخذ ٤٠ قرشا فما ثمن علبة الشاى ؟ وما هى مقدار الضريبة للعلبة الواحدة ؟

(٦)

لأحد الملوك تاج يزن ٦٠ أوقية ومصنوع من الذهب والنحاس والقصدير والحديد . وكان وزن (٣/٢) التاج من الذهب والنحاس ووزن الذهب والقصدير (٤/٣) وزن التاج ، ووزن الذهب والحديد (٥/٣) وزن التاج فما وزن الذهب والنحاس والقصدير والحديد ؟

(٧)

مر رجل على رجلين مع أحدهما ٣ أرغفة صغيرة والثانى ٥ أرغفة صغيرة فاقتسموا جميعا الأرغفة الثمانية بالتساوى ودفع الرجل الأول للرجلين ٨ قروش ثمن ما أكله من الأرغفة . فما نصيب كل من الرجلين من الثمانية قروش ؟



(٨)

اشترك رجلان فى تناول الطعام سويا فقدم الأول ٧ أطباق من الخضر وقدم الثانى ٨ أطباق مثلها ولكن حضر لهما ثالث ليس معه طعام وتناول معهما الطعام ودفع لهما مبلغ ٣٠٠ قرش ثمن ما أكله فأعطى الأول ١٤٠ قرشا والثانى ١٦٠ قرشا ولكن الثانى احتج على هذا التقسيم واحتكما إلى أستاذ رياضيات فحكم لهما بالتقسيم الصح .فكم يكون نصيب كل منهما من الثلاثمائة قروش ؟

(٩)

قال الأول للثانى « أعطنى ١٠ قروش فيصير معى ثلاثة أمثال ما معك ، فقال الثانى للأول » إذا أعطيتنى ١٠ قروش فيصير معى ٥ أمثال ما معك ، فكم قرشا كان مع كل منهما ؟

(١٠)

قال الأول « أنا معى مثل ما مع الثانى و ١ /٣ ما مع الثالث وقال الثانى « أنا معى مثل ما مع الثالث و ١ /٣ ما مع الأول » وقال الثالث :« أنا معى ١٠ قروش و ١ /٣ ما مع الثانى » فكم قرشا مع الثلاثة ؟

(١١)

أوجد عدداً مكونا من ٤ أرقام بحيث يكون آحاده وعشراته مربعا كاملا ومئاته وآلافه مربعا كاملا والعدد نفسه مربعا كاملا .

(١٢)

عد شخص نقوده ثلاثة فتبقى معه قرشان وعدها خمسة خمسة فتبقى معه قرشان وعدها سبعة سبعة فتبقى معه خمسة فكم قرشا معه ؟



(١٣)

رجل عنده ٦ صنج ميزان مجموعها ٦٣ رطلا يمكنه أن يزن بها أى عدد من الأرطال الصحيحة من رطل إلى ٦٣ رطل فما هى هذه الصنج ؟

(١٤)

ثلاثة أشخاص معهم تفاح تقابلوا مع ٩ أشخاص أصدقاء فقدم لهم كل من الثلاثة عددا من التفاح وبذلك تساوى الإثنا عشر شخصا ، فكم كان مع الثلاثة أشخاص أولا ؟ وكم أعطوا الأصدقاء التسعة ؟

(١٥)

المسافة بين بلدين أ ، ب ، ١٢٠ كم وبها خط سكة حديد مفرد . قام قطار من أ قاصد ب بسرعة ٢٥ كم/س وفى نفس اللحظة قام قطار من ب قاصدا أ بسرعة ١٥

كم/س وفى اللحظة التى تحرك فيها القطار الأول طارت ذبابة أمام القاطرة متجهة نحو القطار الثانى بسرعة ١٠٠ كم/س وحين قابلت القطار الثانى عادت ثانيا نحو القطار الأول وهكذا صارت تطير ذهابا وإيابا بين القطارين دون أن تقلل سرعتها حتى تحطمت لحظة مقابلة القطارين . فما هى المسافة التى قطعتها الذبابة قبل أن تلقى مصرعها ؟

(١٦)

أضرب ٣٦ مسجونا بأحد السجون وأراد مأمور السجن أن يعاقب المحرضين على الإضراب فسأل السجان المشرف عليهم عن عدد المحرضين فأجاب أنهم ٦ فطلب المأمور من السجان أن يوقف المساجين على شكل دائرة بحيث كل ما يعد ١٠ يقع العدد على مذنب من الستة فيعاقبه فما الترتيب الذى وقف به الستة المحرضون ؟





هل تعلم ؟

هل تعلم أنه مهما كان العدد الذى تختاره بين ١٠ ، ١٠٠٠ فإن جوابك يكون جوابك إما ٩ أو ٨ إذا قمت بالعمليات الآتية ؟

أولا : اختر عددا بين ١٠ ، ١٠٠٠ واجمع أرقامه .

ثانيا : اطرح الناتج من العدد الأصلى .

ثالثا : اجمع أرقام العدد الناتج بعد عملية الطرح إما أنها تساوى ٩ أو ١٨ . ولنأخذ مثلا العدد ٨٦٥

١- نجمع أرقام العدد هكذا ٥ + ٦ + ٨ = ١٩

٢- نطرح ١٩ من ٨٦٥ يكون الناتج ٨٦٥ - ١٩ = ٨٤٦

٣- حاصل جمع أرقام العدد ٨٤٦ هو ٦ + ٤ + ٨ = ١٨

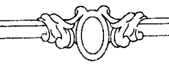
جرب هذه العمليات بالنسبة للعدد ٧٣٢

١- ٢ + ٣ + ٧ = ١٢

٢- ٧٣٢ - ١٢ = ٧٢٠

٣- ٠ + ٢ + ٧ = ٩

جرب الأعداد الآتية مع أصدقائك ٢٣ ، ٨٥٢ ، ٣١٤ ، ٦٨٧



(مشكلات تتطلب الحل)

المجموعة الأولى : (باستخدام القوانين الأساسية الأربعة)

١- كيف تكون العدد ٥ من ثلاث خمسات ؟

٢- ما أكبر عدد يمكن تكوينه من ثلاث تسعات ؟

٣- كون العدد ١٠٠ من أربع سبعات ؟

٤- كون العدد ١٠٠٠ من ثمان ثمانيات ؟

٥- عدد ومقلوبة ٢,٥ فما العددان ؟

المجموعة الثانية

١- كون العدد ١٠٠ مستخدما أربع تسعات .

٢- عدد إذا أضفت إليه ٧ وربعت المجموع كان الناتج ٤٩ فما العدد ؟

٣- ما أكبر عدد يمكن تكوينه من ثلاث إثنانيات ؟



المجموعة الثالثة

١- عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته وحاصل ضرب رقميه = ٢ فما العدد ؟

٢- عدد مكون من رقمين = ضعف حاصل ضرب رقميه فما العدد ؟

٣- عدد مكون من رقمين فيه رقم العشرات = ٣ أضعاف رقم الآحاد ، وإذا طرحت من العدد معكوسة كان الفرق بين العددين ١٨ فما العددان ؟

٤- ما العدد المكون من رقمين الذى إذا أضيف إليه معكوسة كون مربع كاملا ؟

٥- ما العدد المكون من رقمين والذى يساوى ثلاث أمثال مجموع رقميه ؟



حيرتى مع الأغبياء وجدول الضرب

(أ)

بعد أن حلت سعاد واجب الحساب وهو عبارة عن مسألة ضرب ذهبت لكى تساعد والدتها فى إعداد العشاء ولما عادت إلى كراستها وجدتها بهذه الصورة « كل نجمة هنا تمثل رقما »

☆ ☆ ٣

٣ ☆ ☆

———

☆ ☆ ☆

٣ ٣ ☆ ٣

☆ ☆ ٣ ☆

———

١ ☆ ١ ٦ ١ ☆ ١ والمطلوب النجدة .

(ب)

حل الأستاذ مسألة الضرب أمام الفصل وطلب من تلاميذه دراستها ثم حلها فى الكراسات وخرج ولكن رائد الفصل محا السبورة قبل أن تفهمها الفصل فاحتج التلاميذ بشدة فاضطر الرائد إلى إعادة كتابة ما تذكره منها واضعا نجوما بدل الأرقام .

☆ ☆ ٧

☆ ☆ ☆

―――

☆ ☆ ☆

☆ ☆ ☆

――――

٣ ☆ ☆ ١٩

برجاء التفضل بإعادة كتابتها كاملة فالأستاذ لا يقبل الأعذار الواهية .

(جـ)

وجد الأستاذ أن تلاميذه على جانب كبير من الخمول الفكرى فشكاهم إلى ناظر المدرسة الذى عرض الموضوع على مجلس الأساتذة بالمدرسة فتطوع مدرس الرياضيات بمعالجتهم ودخل فصل الخاملين وأمر بمسح السبورة وكتب المسألة الآتية .

☆ ٧ ☆ ☆

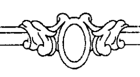
☆ ٧ ☆

☆ ☆ ☆ ☆ ☆

☆ ٢ ☆ ☆ ☆

☆ ☆ ☆ ٨

☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ وفى ٧ دقائق كانت الأيدى مرفوعة فقد نجحت الفكرة ووجد الحل



(د) العيون الخمسة

إليك مسألة ضرب وضعت فيها الرموز بدل الأرقام ومن الواضح أن الرموز المتشابهة تمثل نفس الأرقام وواضح أيضا أن حل هذه المسألة تحتاج الكثير من الذكاء فهل قبلت التحدى ؟

و هـ ل

م و ى

ع م س

هـ ى هـ

د م ع

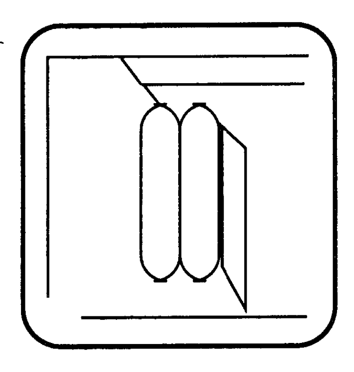
ع ع ع ع ع



الحشرات علمتنى الرياضيات

١- الصرصور العلامة

دخل الصرصور حجرة المكتبة يبحث عن الطعام .



واستهواه وضع معجم اللغة وهو كما ترى فى جزئين متساويين فى الحجم وعدد الصفحات وقد ظهر الجزء الأول عن يمين الجزء الثانى فبدأ يشق طريقه من الصفحة الأولى فى الجزء الأول إلى الصفحة الأخيرة من الجزء الثانى ، فإذا كان سمك الغطاء الخارجى للكتاب هو ١ / ٨ سم وكان سمك الجزء الواحد من المعجم بدون غطاء هو ٢ سم فما المسافة التى سارها الصرصور العجيب ؟





٢- الذبابة والعسل

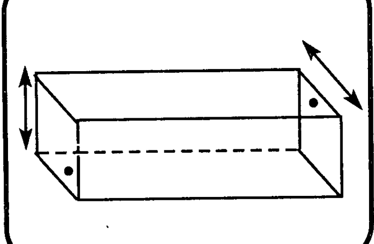
لدينا كـوب اسطوانى من الزجـاج ارتفـاعـه ٤ بوصـة ومحيطة ٦ بوصة كما ترى فى الشكل. سقطت على جداره من الداخل وعلى بعد ١ بوصة من الحافة نقطة من العسل فأتت ذبابة ووقفت على ارتفاع بوصة واحدة من القاعة تجاه نقطة العسل مباشـرة ونريد أن نعـرف أقصر الطرق الذى يمكن للذبابة أن تخترقها إلى نقطة العسل والمسافة التى تمشيها حتى تصل إلى هدفها الحلو .





٣- الذبابة فى ضيافة العنكبوت

كان العنكبوت يسكن حجرة فسيحة على شكل متوازى مستطيلات أبعادها ٣٠، ١٢، ١٢ وحدة طول وفى ذات مرة بينما هو يمشط شعره على أحد الحائط بين الضفتين وعلى بعد قدم



واحد من السطح وفى منتصف المسافة بين الحائطين العريضين إذ لمح ذبابة تقف على الحائط الضيق المواجه لحائطه وعلى بعد قدم واحد من الأرض وفى منتصف المسافة بين الحائطين العريضين ، فخف لاستقبالها ووصل إليها من أقصر طريق والتهمها ونحن نريد أن نعرف الطريق الذى سلكه العنكبوت والمسافة التى قطعها علما بأن العناكب تسير على الجدران ولا تطير .

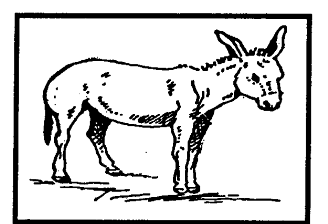




استمتع مع الحيوانات

أ- لأنه حمار!

كان الحمار والبغل يسيران وخلفهما صاحبهما حاملين القمح ، فقال البغل ياحمار ما وزن حمولتك ؟



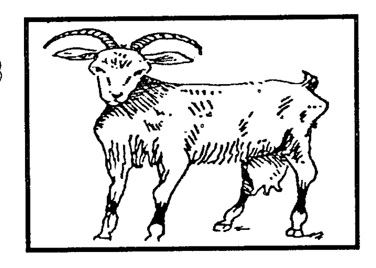
فقال الحمار : لا أدرى .

فقال البغل : إذا أعطيتنى كيلة واحدة من حمولتك لأصبح حملى ضعف حملك ! أما إذا أخذت كيلة منى لأصحبنا متعادلين وفى هذا رفع من شأنك فسوف ترقى إلى درجتى فما رأيك ؟ وفكر الحمار هنيهة ثم قال أشكرك : ولكنى أفضل أن أظل كما أنا . هل أخطأ الحمار ؟



ب- العنزة والهندسة

أحاط مزارع قطعة دائرية يملكها بسياج وربط عنزة إلى السياج بحبل ذى طول معين ولما كانت الأرض مزروعة برسيما وقطرها ٢٠ ياردة فقد استطاعت العنزة أن



تأكل ما تشتهى بقدر ما سمح لها الحبل المعلق فى عنقها ، وذعر صاحب الأرض لما رأى أن كل ما تبقى من البرسيم يغطى ١٠٠ ياردة مربعة فقط ، كم كان طول الحبل ؟



جـ - القرد الشقى

رأى القرد حبلا مثبتا بأحد طرفيه ثقل ، وشاهد بكرة فوضع الحبل فوق البكرة بحيث تدلى الثقل بأحد طرفى الحبل وأمسك هو بالطرف الآخر واتزنت المجموعة لأن وزن القرد كان يعادل الثقل فى الطرف الآخر . وبعد برهة رأى أن يتسلق الحبل ، فماذا حدث ؟ هل ينزل الثقل أم يصعد ؟








د- الخنزير والتفاحة

جلس الأصدقاء فى المقهى يتحادثون فقال أحدهم : رأيت اليوم شيئا عجيبا فسأله الحاضرون وما هذا الشئ العجيب؟ رأيت اليوم فى المحطة مقطورة كبيرة مفتوحة تسير على القضبان بسرعة منتظمة تبلغ حوالى ١٠ أميال/ساعة ورأيت رجلا واقفا عند مؤخرة السيارة وممسكا بخنزير يحاول التخلص من صاحبه لخطف تفاحة وضعها أحدهم على مقدمة المقطورة واهتم الحاضرون فسألوه : وماذا حدث بعد ذلك ؟ فقال أخيرا هرب الخنزير من صاحبه واتجه توا إلى التفاحة والتقطها وهو يرقص طربا والآن أريد أن أعرف أثر هذا (لا أقصد الرقص بل جرى الخنزير فى العربة) فى سرعة المقطورة ؟ هل ل أن تدله ؟



(هـ) غنم وماعز

أمامك بيوت ٣ خراف بيضاء ، ٣ ماعز سوداء موزعة واحدا واحدا أى خروف ثم عنزة ثم خروف وهكذا كما ترى فى الشكل والمطلوب نقل الخراف إلى البيوت

٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
١٢							

١ ، ٢ ، ٣ والماعـز إلى البيـوت ٤ ، ٥ ، ٦ علمـا بأن هذه الحيوانات لا تخرج فرادى بل اثنين اثنين فعلينا إذا أن نخرج كل زوج من بيتين متجاورين إلى بيتين فارغين دون أن نعكس النظام القائم فمثلا لنا أن نخرج ٥ إلى ٧ ، ٦ إلى ٨ ولكننا لا نستطيع أن نخرج ٥ إلى ٨ بينما يذهب ٦ إلى ٧ كما يجب أن تتم هذه العمليات فى أربع نقلات فقط .

(و) كم كبشا؟

كم كبشا يمكن أن يقفز فوق حاجز فى ساعة إذا كان عشرة كباش يقفزون الحاجز فى ١٠ دقائق ؟

مسألة ثيران الفلاح

إذا كانت ١٠ أفدنة من الحشيش تكفى لإطعام ١٢ ثورا لمدة ١٦ أسبوع أو ١٨ ثورا لمدة ٨ أسابيع . فكم ثورا أن يمكن تعيش على ٤٠ فدانا لمدة ٦ أسابيع ، مع العلم بأن نمو الحشيش منتظم خلال المدة كلها ؟ حاول الحل بطريقتك



احترس من النساء

(١) مشكلة عائلية

أمن رجل على حياته وكانت زوجته على وشك الولادة واشترطت الآتى :

إذا أنجبت زوجته ولدا يقسم المبلغ بين الولد وأمه بنسبة ٣ : ٢ وإذا أنجبت بنتا أخذت الطفلة (١ / ٣) نصيب الأم . ومات الرجل فجأة ووضعت الأم ذكرا وأنثى فكيف تنفذ وصية الرجل ؟

(٢) أين القرش

ملأت أمينة سلتها بالبرتقال وذهبت إلى السوق ووجدت صديقتها حميدة هناك ، فسلمت عليها وطلبت منها أن تبيع برتقالاتها إذ أنها تحسن البيع وقبلت حميدة . كان عدد البرتقالات ٦٠ منها ٣٠ كبيرة و٣٠ صغيرة واتفقت

الصديقات عى بيع الكبيرات بسعر قرش لك اثنتين والصغيرات بسعر قرش لكل ثلاث برتقالات . ومضت أمينة إلى جولة فى السوق وهى تمنى نفسها بمبلغ ٢٥ قرشا ثمن البرتقال . أما حميدة فسارعت بالتخلص من البرتقالات بوضعها فى مجموعات من ٥ (اثنتان كبيرتان ، ثلاث صغيرات) وباعت كل مجموعة بقرشين وبذلك حصلت على ٢٤ قرش فقط . وعادت أمينة وتسلمت المبلغ فما كان منها إلا صرخت فى وجه صديقتها قائلة (أين القرش؟)

(٣) كثير النسيان

الأستاذ س أستاذ الرياضيات رجل اشتهر بدماثة الخلق وكثير النسيان وكانت زوجته تعرف عنه ذلك ولما كانت تريد أن تذكره بأمر هام دون أن تخجله كتبت هذه الورقة ووضعتها فى يده وتركته وذهبت لتجهيز طعام الإفطار . نظر الأستاذ طويلا إلى الورقة فحاول حل طلاسمها واسترشد بالفحم فزوجته لا تعمل شيئا اعتباطا وأخيرا اهتدى إلى الحل

فابتسم وخرج مهرولا ونسى أنه لم يفطر ! ترى ماذا قالت الرسالة ولما كل هذا الاهتمام المفاجئ؟

ح	م	د	ي	ز	أ
ت					ع
ج		١٣			أ
ل					و
س					س
ي	ن	أ	ل	ن	أ

(٤) عين الحرة ميزان

صنعت سيدة كعكة فى عيد ميلاد ابنتها وأرادت أن تتأكد من وزنها فاستخدمت ميزانها بالمنزل مرتين فحصلت على قراءتين مختلفتين : لما كانت الكعكة فى الكفة اليمنى كان الوزن ٣,٢٠٠ كجم ولما وضعت فى الكفة اليسرى ٢,٥٠٠ كجم ولاحظت أن إحدى زراعى الميزان أطول من الأخرى فكم كان الوزن الحقيقى للكعكة .



(٥) أفراح

زيزى ، بيبى ، لولى سوف يتزوجن من الرجال الثلاثة المذكورين أسفل هذا الكلام . أوجد اسم ووظيفة عريس كل من الفتيات بعد دراسة البيانات الآتية :

١- حسن (محامى)

٢- بيبى ليست مخطوبة لمهندس

٣- زوجة الطبيب المستقبلة ليست لولى .

٤- أحمد خطيب زيزى .

٥- على مهندس



(٦) علبة الحلوى

ولدت سهير يوم ١٥ رمضان من سنة ما وفى عيد ميلادها أهديت علبة كبيرة من الحلوى التى تحبها فأكلت منها واحدة ووزعت عشر الباقى على أخواتها وفى اليوم التالى أكلت سهير قطعتين ووزعت عشر ما تبقى واستمرت على هذه الحال يزيد نصيبها فى اليوم قطعة على نصيبها فى سابقة وتوزع عشر الباقى حتى فرغت العلبة من الحلوى قبل العيد بأيام .

كم كان عدد قطع الحلوى ياترى ؟




(٧) بكرة الخيط

دخلت سيدة إلى محل خردوات وطلبت من البائعة بكرة خيط صوف ولما فتحت حقيبتها وجدت أن قيمة مجموعة النقود بها ٩٩ قرشاً وقالت البائعة محاولة إغراء السيدة لو أخذت بكرة واحدة لدفعت ٦ قطع من النقود ولو اشتريت بكرتين من نفس النوع لدفعت ٥ قطع ولو اشتريت ٣ بكرات لدفعت ٤ قطع أما لو اشتريت ٤ بكرات لدفعت٣ قطع واستمعت السيدة إلى آخر الحديث ثم قالت أعطينى بكرة واحدة فكم دفعت ثمنا للبكرة وما فئات النقود التى كانت بحقيبتها ؟

(٨) خراب البيوت

بائع معه عدد من التفاح ووضعه على مائدة فى صفوف بحيث كان كل صف يحتوى على نفس العدد من التفاح . وأتى رجل وأعجبه التفاح فاشترى عدد منه يعادل ١٠ أمثال عدد الصفوف الموجودة ثم تبعته زوجته فاشترت هى الأخرى عددا من التفاح يساوى ١٠ أمثال ما الصفوف كان يحتوى عليه الصف فى بادئ الأمر قبل أن تمتد إليه يد زوجها وبذا تبقت تفاحة واحدة . كم كان عدد التفاح ؟



(٩) فلاحة شاطرة

إلى أين ذاهبة أيتها الحسناء ؟

سأحلب البقرة أولا ثم أذهب إلى ضفة النهر وبعدها إلى مصنع الألبان

ضفة النهر

ب مصنع الألبان

أ البقرة

– وأى طريق تسلكين ؟

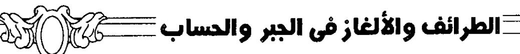
– أقصر الطرق

☆ والآن عليك أن توجد أقصر الطرق بين البقرة وضفة النهر ومصنع الألبان .

(١٠) لا تكذبى !

ذهبت سيدة إلى قلم المرور لتجديد رخصة سيارتها فسألها الموظف : كم سنك ؟ فقالت : ١٨ سنة . فنظر إليها الموظف بشئ من الريبة وقال – أحقا ما تقولين ؟

قالت لا . لو طرحت سنتين من السن التى ذكرتها لك لكان الباقى هو ثلثى سنى فكم كان عمر السيدة ؟



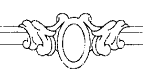

(١١) من أجل الطورشى

عـمـلت ربة بيت مـحلولا من الماء والملح وزنه م جـرام ونسبة ما احتواه م ٪ ولكنها أرادت أن تكون نسبة الملح فى المحلول ٢م ٪ فما وزن الملح اللازم إضافته ؟

(١٢) تسع لآلئ

أهدى رجل إلى ابنته فى ليلة زفافها صندوق يحتوى على تسع لآلئ ثمينة نادرة متشابهة تماماً فى اللون والحجم والوزن . وفى اليوم التالى أبلغه تاجر المجوهرات الذى باعه الآلئ أن إحداها زائفة وتقل قليلاً فى الوزن عن الأخريات وطلب منه السماح له بزيارته لأخذها وإبدالها بأخرى ثمينة مع تقديم اعتذاره عما حدث . وحاولت الابنة عابثة أن تكتشف اللؤلؤة الزائفة عن طريق وزن اللآلئ واحدة واحدة قبل وصول التاجر فلم تفلح أما التاجر فأخرج الزائفة من بين رفيقاتها بعد وزنتين فقط . كيف قام بهذه العملية .





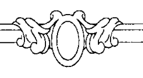
(١٣) وسط غير متناسب

الوسط الذى نتحدث عنه هنا لا علاقة له بالرياضيات بل يدخل تحت موضوع الرشاقة والتجميل . اعتادت سيدة من الأغنياء أن تزن نفسها سنويا يوم عيد ميلادها وكانت تلاحظ أن للطقس داخل فى زيادة ونقص وزنها فمتى كانت السنة كثيرة المطر والبرد زاد وزنها بانتظام بقدر التسع أما فى السنة ذات الشمس المشرقة فكان وزنها يقل بقدر الخمس بنفس الانتظام فإذا بلغ وزنها فى ربيعها الثامن والأربعين ٦٤ كجم فكم كان وزنها وهى فى الأربعين من عمرها علما بأن ٤ من هذه السنوات كانت ممطرة ، ٤ منها صحوة ونحن نأمل أن تكون هذه السنوات قد أتت بالتبادل ممطرة ثم صحوة وهكذا حفاظا لصحة السيدة .



(١٤) لا تسكنْ عند امرأة

ضاق الساكن بصاحبة البيت التى تطالبه بإيجار مسكنه وهو لا يملكه ولما هددته بالطرد هو وعياله أخرج أثمن ما عنده وهو عبارة عن سلسلة ذهبية تتكون من ٧ حلقات وعرض عليها أن تمهله أسبوعا واحدا وأن يسلمها فى نظير



ذلك حلقة واحدة من الحلقات السبع حتى يدبر لها مبلغا فترد إليه سلسلته كاملة وقبلت صاحبة المنزل هذا العرض . ولكنه وجد عندما فصل الحلقات أنه إذا فصل حلقه معينة استطاع أن ينفذ وعده لصاحبة البيت وفى نفس الوقت ينقذ الحلقات الباقية من الكسر ليفصلها . وفعلا نجح بفضل ذكائه ونحن نريد أن نعرف أى الحلقات فصل ؟



(١٥) زوجة لكل أعزب

اشتهرت بلدتنا بأن شبابها يتزوجون من قريتنا وأننا لا نزوج بناتنا من غرباء وقد دلت الإحصائيات أخيرا أن ٤٢ ٪ من عدد الذكور الذين لم يسبق لهم الزواج عقدوا قرانهم على ٢,٨٪ من الإناث بالقرية فى الفترة ما بين يناير العام الماضى ونهاية العام (زوجة واحدة لكل أعزب) فكم كانت نسبة الذكور إلى غير المتزوجين بالقرية فى يناير ؟



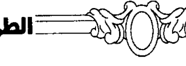

(١٦) لا تسأل السيدة عن سنها

سئلت سيدة عن سنها فقالت بابتسامة صفراء : كان عمر جدى ٦٥ سنة يوم ولدت أنا فإذا أضفت الجذر التربيعى للسنة التى ولد فيها جدى إلى الجذر التربيعى للسنة التى تمثل مربعا كاملا فى هذا القرن فستعرف عمر جدى الحالى وعليك أن تطرح من الناتج ٦٥ إذا أردت أن تعرف سنى الحالى . وحار السائل فى حل المسألة فإذا عرفت الحل فاكتبه ولا تنطق به

(١٧) عندما تختلط الفضة بالذهب

عمر رجل يساوى معكوس عمر زوجته فإذا كان مجموع عمريهما مقسوما على ١١ يساوى الفرق بين عمريهما فما كل منهما ؟





(١٨) مشمع الأرضية

تقول سيدة : حجرة مكتبى مربعة الشكل مساحتها ١٤٤ قدما مربعة وأريد أن أغطى أرضيتها بالمشمع البنى ولكننى عندما ذهبت إلى تاجر المشمع البنى لم أجد سوى قطعة مستطيلة طولها ١٦ قدما وعرضها ٩ أقدام وادعى التاجر أنه يستطيع أن يغطى حجرتى المربعة بهذا المشمع لو قطعه إلى قطعتين وحيث أن لونه بنى ساده فلن يظهر مكان القطع بشكل واضح فوعدته بالتفكير فى الأمر وانصرفت .
هل حقيقة يستطيع أن ينفذ ما وعد ؟

(١٩) غيرة النساء

تملكت جارتى الغيرة لما سمعت بعزمى على فرش أرضية حجرتى بالمشمع البنى وذهبت إلى نفس التاجر تطلب منه مشمعا أحمر لحجرة الجلوس لبيتها وهى أيضا مربعة فى مساحة حجرتى ولكنها وجدت عند التاجر قطعتين مربعتين

مختلفتى المساحة ولم تكن إحداهما فى مساحة الحجرة وأفهمها التاجر أنه يستطيع عمل مربع واحد من مربعين ولقاء مبلغ زهيد على سبيل التأمين شرح لها المبدأ المهندس للعملية .

(٢٠) إذا حييتم بتحية

عاد الرجل إلى بيته مغتبطا بعد الحفلة فسألته زوجته هل كانت الحفلة موفقة ؟ وقال الرجل : نعم إلى حد كبير فسألته – وكم كان عدد الحاضرين ؟ قال : لا أذكر ولكنى شعرت بالسرور يملأ الحاضرين وأن كل منا شدَّ بحرارة على يد الموجودين ولاحظ أن عدد المرات تصافح فيها اثنان كانت ٢٨ مرة . كم عدد الحاضرين ؟

(٢١) غضب النساء

ذهبت سيدة إلى متجر وطلبت إلى الصراف فك جنيه فاعتذر بقوله أن النقود التى عندى لا تسمح بفك جنيه ، فقالت السيدة : أعطينى نقودا توازى نصف جنيه إذن . قال : وهذا منعذر ياسيدتى وتوفيرا للوقت لا أستطيع فك ربع جنيه ولا عشرة قروش ولا خمسة . فسألته : هل معنى هذا أن ليس لديك نقودا بالمرة ؟ فقال : كلا فعندى من العملة ما يوازى مائة وخمسة عشر قرشا وخرجت السيدة غاضبة ولكن ما حيلة الصراف ؟ هل عرفت فئات العملة التى عنده ؟

(٢٢) نسائيات

التقت الصديقات الثلاثة بمبة ووردة وسمارة فى عربة لترولى وكانت إحداهن تلبس فستانا أسود والأخرى فستانا

وردى اللون أما الثالثة ففضلت اللون البمبى وبعد تبادل التحيات الحارة قالت ذات الفستان الوردى أليس من الغريب أن تناسب ألوان ملابسنا مع أسمائنا نحن الثلاثة ؟ فردت عليها بمبة : بل الأغرب من ذلك أن كل منا اختارت لونا يختلف عن مدلول اسمها . ونظرت كل منهن إلى فستانها وتنهدت ، ما اللون الذى اختارته كل منهن ؟

الإجابات





ألغاز بأعداد أولية

١- نمرة توفيق : ١٢١

٢- أعمار الأسرة : عمر الأب : ٥١ عمر الزوجة : ٣٧

عمر الإبن : ١٣

عمر الأب ٧٣ سنة ، عمر الابن ٣٧ سنة

التسلية بالرياضيات

(١)

نفرض أن المبلغ الذى سرقه اللص = س جنيهاً

∴ نصيب الأول = (١ / ٢)س + ٢

∴ الباقى أولا = س - [(١ / ٢)س+ ٢] = (١ / ٢)س-٢

∴ نصيب الثانى = نصف ما بقى أولا وجنيهان =

١ / ٢ (س-٢) + ٢

نصيب الثانى = (١ / ٤)س+١

الباقى ثانيا = س-[(١ / ٢)س+ ٢ + (١ / ٤)س+١]= (١ / ٤)س-٣

نصـيـب الثـالـث = نصف مـابقى ثانيـا وجنيـهـان

=١/٢[(١/٤)س-٣]+٢

=(١/٨)س-(٣/٢)+٢

∴ نصيب الثالث = (١/٨) س + ١/٢

∴ (١/٢) س+٢+(١/٤) س + ١ + (١/٨) س

+(١/٢) + ١ = س

∴ (٧/٨) س +٩/٢ =س

٧ س + ٣٦ = ٨ س ومنهـا س = ٣٦ أى أن عـدد الجنيهات = ٣٦

(٢)

نفرض أن عدد المسائل التى يحلها الابن = س مسألة ، وأن عدد المسائل التى لا يحلها = ص مسألة

∴ التعادل يحدث عندما ٨س = ٥ص ، س + ص = ٢٦ وبحل المعادلتين معا ينتج أن ص = ١٦ ومنها عدد المسائل الصحيحة = ١٠ مسائل

(٣)

نفرض أن عدد النقود = ص وعدد الشحاتين = س شحاتا

∴ ص – ٧س = ٢٤ ، ص + ٩ س = –٣٢

بحل المعادلتين ينتج أن س = ٢٨

∴ عدد الشحاتين = ٢٨ شحاتا = س

∴ ص – ٧س = ٢٤ ، ص = ٧س + ٢٤

∴ ص = ٧ × ٢٨ + ٢٤ = ٢٢٠

∴ عدد النقود = ٢٢٠ قرشا .

(٤)

ثمن الساعة ٩٢ جنيه

(٥)

ثمن علبة الشاى ١١٠ قرشا ، الضريبة للعلبة الواحدة ١٠ قروش

(٦)

نفرض أن وزن الذهب هـ وقية ، وزن النحاس س وقية ،

وزن القصدير = ص وقية ، ووزن الحديد = ح وقية

∴ هـ + س + ص + ح = ٦٠ (١)

∴ هـ + س = (٢/٣) × ٦٠ = ٤٠ (٢)

∴ هـ + ص = (٣/٤) × ٦٠ = ٤٥ (٣)

∴ هـ + ح = (٣/٥) × ٦٠ = ٣٦ (٤)

∴ س = ٤٠ – هـ ، ص = ٤٥ – هـ ، ح = ٣٦ – هـ

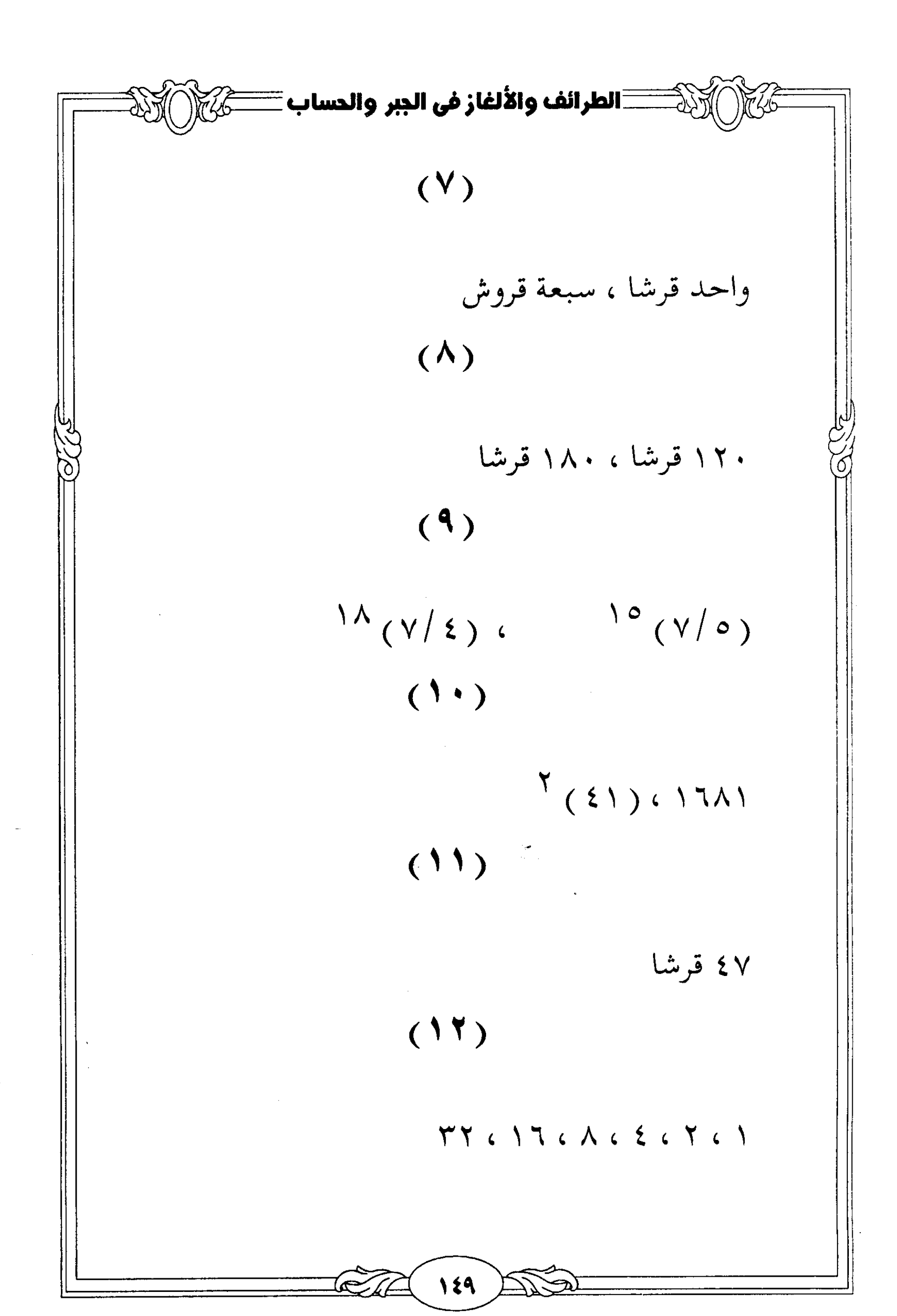
من (١) هـ + ٤٠ – هـ + ٤٥ – هـ + ٣٦ – هـ = ٦٠

ومنها هـ = ٣٠,٥

وعليه فإن وزن النحاس = ٤٠ – ٣٠,٥ = ٩,٥ وقية

وزن القصدير = ٤٥ – ٣٠,٥ = ١٤,٥ وقية

وزن الحديد = ٣٦ – ٣٠,٥ = ٥,٥ وقية



(٧)

واحد قرشا ، سبعة قروش

(٨)

١٢٠ قرشا ، ١٨٠ قرشا

(٩)

$(٥/٧)^{١٥}$ ، $(٤/٧)^{١٨}$

(١٠)

١٦٨١ ، $(٤١)^{٢}$

(١١)

٤٧ قرشا

(١٢)

١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٣٢



(١٣)

مع كل فرد ٤ تفاحات وأعطوا لهم ٩ تفاحات فصار مع كل واحد تفاحة واحدة

(١٤)

يتقابل القطاران بعد مضى وقت = ١٢٠ / (٢٥ + ١٥) = ٣ ساعات

الذبابة طارت مسافة = ٣ X ١٠٠ = ٣٠٠ كم .

(١٥)

٤ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٦ ، ٣٠



إجابة المجموعة الأولى

(١) (٥ × ٥) / ٥ (٢) $٩^{٩^{٩}}$

(٣) ٧٧ / ٠٫٧٧

٧٧

٨٨

(٤) ٨ (٥) ٥، ١/٥

٨

٨

إجابة المجموعة الثانية

(١) ٩٩ + ٩/٩ (٢) صفر (٣) ٢٢ ⟌ ٢

إجابة المجموعة الثالثة

(١) الجواب ١٢ والحل الجبرى : لنفرض رقم الآحاد ٢

س فيكون رقم العشرات س .

العدد ٢س + ١٠ حاصل ضرب رقمية = ٢س^{٢} = ٢

س = $\pm$ ١ ∴ العدد ٢ + ١٠ = ١٢

(٢) الجواب ٣٦ والحل الجبرى :

لنفرض رقم الآحاد س ، العشرات ص .

∴ العدد س + ١٠ ص

العدد = ضعف حاصل ضرب رقمية

∴ س + ١٠ ص = ٢س ص

بالتجربة :

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
ص	X	X	X	X	X	X	X	X	X

ومنها س = ٦ ، ص = ٣

(٣) ١٣ ، ٣١ والحل الجبرى نفرض الآحاد س ، العشرات ص

∴ العدد س + ١٠ ص

المعادلتان ص = ٣ س ، س +١٠ ص – (ص+ ١٠ س) = ١٨

بحل المعادلتين نجد أن الجواب ١٣ ، ٣١

(١٤) الجواب : ٩٣ ، ٨٢ ، ٤٧ ، ٥٦

الحل الجبرى لنفرض أن الآحاد س والعشرات ص فيكون العدد س + ١٠ ص

المعادلة (س+١٠ ص) + (ص+١٠س) = مربع كامل = ١١ (س + ص) = (١١)^{٢} x مربع كامل

= (١١)^{٢} x ل٢ مثلا ولكن س ، ص رقمان مجموعهما لا يزيد على ١٨

∴ إما ل = صفر أو ل = ١ ولكن ل = صفر

∴ ل = ١ ∴ س + ص = ١١

∴ س ، ص إما (٤ ، ٧) أو (٣ ، ٨) أو (٢ ، ٩) أو (٦ ، ٥)

∴ العدد ٤٧ أو ٨٣ أو ٩٢ أو ٥٦

إجابة حيرتى مع الأغبياء وجدول الضرب

أ) مشكلة سعاد : أصل المسألة

٣٣٧
٤٩٣
———
١٠١١
٣٠٣٣
١٣٤٨
———
١٦٦١٤١

ب) مسألة ضرب : أصل المسألة

١١٧
٣٠٧
———
٨١٩
٣٥١
———
٣٥٩١٩

جـ) ١٤٧٥
٦٧٧
———
١٠٣٢٥
١٠٣٢٥
٨٨٥٠
———
٩٩٨٥٧٥

تفسير الحل : آلاف السطر الأول لا يمكن أن تزيد عن واحد (انظر السطر الخامس)

تأمل السطر الرابع : ٢ رقم آحاد عدد هو ٧ X ٧ + ؟ = ٥٢

∴ الرقم الأول فى السطر الأول هو ٥ [٧ X ٥ = ٣٥ وتخمل ٣ عند ضرب ٧ X ٧ ونضيف ٣ ليصبح العدد ٥٢]

ثم إن ٨ فى الخامس يضاف إليها رقم واحد بدليل حاصل الجمع .

∴ لا بد أن يجمع إليها واحد والمجموع النهائى ٩ أصبحت العملية

مئات السطر الثانى لو ضرب X ٧٥ لكان رقم ٥ وبالتجربة نجد أنه إما ٢ أو ٦ ، و ٢ لا يصلح لأننا نريد ٨ فى الخانة ∴ ٦ هو المطلوب ومن هذا يحتمل أن يكون رقم مئات المضروب فيه ٣ أو ٤

الرقم الأول من السطر الثانى هو حاصل ضرب فى المضروب وينتج ٥ أرقام

```
     ١ ☆ ٧ ٥
       ☆ ٧ ☆
   -----------
 ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
١ ☆ ☆ ٢ ٥
٨ ☆ ٥ ☆
   -----------
٩ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
```

∴ فهو ٧ أو ٨ أو ٩ وفى حالة ٨ أو ٩ نحصل على ٦ أرقام بدلا من ٥

∴ الرقم المطلوب هو ٧ وهكذا نصل إلى الرأس الأصلى للمسألة .

(د) العيون الخمسة

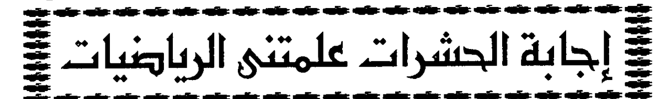
حاصل الضرب = ١١١١١ X ع ، عوامل ١١١١١ هى ٤١ ، ٢٧١ عليه (و هـ ل) ، (م و ى) مكررات ٤١ ، ٢٧١ من المسألة نجد أن المضروب (م و ى) يتكون من ٣ أرقام ، أنه لا العدد (و هـ ل) ، لا (م و ى) يبتدأ من اليمين بالرقم ١ وعليه يجب تحليل (ع) إلى عاملين يضرب أحدهما X ٤١ والثانى X ٢٧١ .

احتمالات قيمة ع : لا يمكن أن يكون أحد عوامل ع هو ١ فيما سبق ولا يمكن أن يكون ٥ لأن ٥ توجد صفرا داخل العدد ثم أن حواصل الضرب الجزئية لا تدل على وجود صفر ضمنها .

الاحتمالات هى أن تكون عوامل ع٢ ، ٣ ، ٤ ولكى نحصل من ضرب ٤١ على ٣ أرقام نضرب العدد ٣ أو ٤ فنحصل على ١٢٣ أو ١٦٤ بينما العامل الذى يضرب X ٢٧١ هو ٢ أو ٣ معطيا بذلك ٥٧٢ أو ٨١٣ ولكن الرقم الأوسط فى (م و ى) هو الرقم الأول فى (هـ و ل) وهذا يقلل الاحتمالات إلى اثنين إما (و هـ ل) = ٥٤٢ أو (و هـ ل) = ١٢٣ ، (م و ى) = ١٦٤ ، = (م و ى) =٥٤٢ ولكن ل لا يمكن أن تكون (١) .

إذا الجواب هو ٥٤٢ X ١٦٤





إجابة الحشرات علمتنى الرياضيات

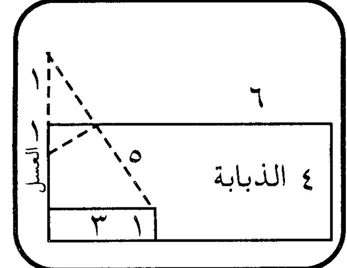
١- الصرصور العلامة

المسافة التى سارها الصرصور العجيب = ٢ × (١ / ٨) = (١ / ٤) سم

لأنه فى هذا الوضع المعين نجد أن الصفحة الأولى من الجزء الأول تبعد عن الصفحة الأخيرة من الجزء الثانى بمسافة سمك الغلافين فقط .

٢- الذبابة والعسل

تصل الذبابة إلى العسل على طريق طوله ٥ بوصات نرسمه على الإسطوانة (المنشورة) كما ترى فى الشكل وهذا الطريق هو المسار الذييتخذه شعاع وهمى من الضوء وهو

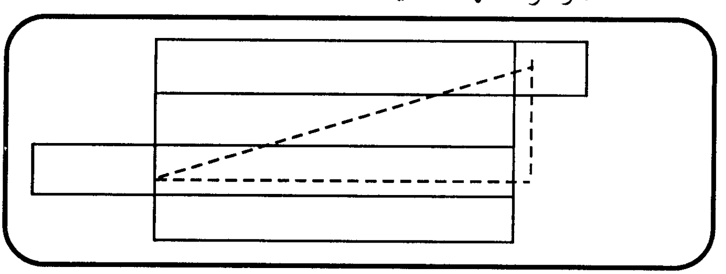




يعبر المستطيل من الذبابة إلى العسل وينحرف من الحافة العليا للمستطيل وهو بلا شك = فى الطول وتر المثلث القائم الذى ضلعاه ٣ – ٤ – ٥

٣- الذبابة فى ضيافة العنكبوت

أقصر طريق يقطعه العنكبوت هو ٤٠ قدما تقريبا ، انظر الشكل ربما يدهشك أن العنكبوت قد مر بـ ٥ من الجوانب الستة للحجرة ولكنها الحقيقة .



استمتع مع الحيوانات

أ- لأنه حمار

لنفرض أن حمل الحمار هو س كيلة وحمل البغل ص كيلة فيكون :

س-١ = (١ / ٢) (ص+ ١)

∴ س -١ = (١ / ٢) ص + ١ / ٢ ، س + ١ = ص - ١

أى س - (١ / ٢) ص = ٣ / ٢

∴ ٢س - ص = ٣ (١)

، س - ص = -٢ (٢)

من (٢) س = ص - ٢ (٣)

بالتعويض فى (١) ∴ ٢ (ص- ٢) - ص = ٣

ومنها ص = ٧

∴ س = ٣

ومنها نجد أن حمل الحمار = ٥ ، وحمل البغل = ٧



ب- العنزة والهندسة

إذا سمينا الأرض المنزرعة هـ أ ك ب ومركزها جـ فإن هـ تكون مربط العنزة ، أ ب قطر الدائرة العمودى على جـ هـ وحيث أن

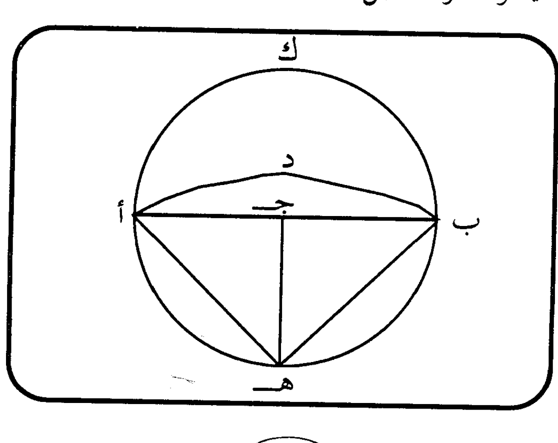
(هـ أ)^{٢} = أ جـ . أ ب = أ جـ X ٢ أ جـ = ٢ (أ جـ)^{٢}

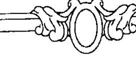
فإن مساحة نصف الدائرة جـ أ ك ب = مساحة القطاع هـ أ ر ب

الهلال ر أ ك ب = مساحة المثلث هـ أ ب = (جـ أ)^{٢}

= ١٠٠ ياردة مربعة

وعليه يكون طول الحبل هـ أ = ١٠ ٢ =١٤,١٤٢ ياردة تقريبا .





جـ - القرد الشقى

القرد يصعد لأعلى ... لماذا ؟

د- الخنزير والتفاحة

سرعة المقطورة تتوقف على قوة الألة والاحتكاك فمهما جرى الخنزير داخل المقطورة فلن تتأثر سرعتها .

هـ- غنم وماعز

انقل (٤) إلى (٥) ، (٦) إلى (٧) ، (٢) إلى (٣) ، (٧) إلى (٨)



و- كم كبشا

عدد الكباش ٥٥ كبشا وإليك التعليل

إذا كان ١٠ كباش يستغرقون ١٠ دقائق ليقفذوا فوق حاجز فالوقت مقاس من قفزة الكبش الأول إلى قفزة الكبش العاشر أى أن الفترة بين الكبشين هى (١٠/٩) دقيقة وهناك ٦٠ / (١٠/٩) أو ٥٤ فترة فى الساعة وعليه يكون عدد الكباش الذين يقفذون فى ساعة ٥٥ .



ى- مسألة ثيران الفلاح

هذه مسألة تنبه واضعى المسائل المشابهة فى باب التناسب إلى خطأ يقعون فيه فهم فى مسائلهم يهملون فى حسابهم أن النبات ينمو طول المدة التى تطعم الحيوانات خلالها ولكن هذه المسألة تصحح هذا الوضع فالنمو مستمر ويعمل حسابه طول المدة .

افرض أن مقدار الحشيش الموجود فى البدء فى الفدان الواحد هـ وأن معدل النمو الأسبوعى ل من نفس الوحدات فكمية الحشيش الذى يأكله ١٢ ثورا فى ١٦ أسبوع = ١٠ (هـ+ ١٦ل)

أى بمعدل ١٠ (هـ+ ١٦ل) / (١٦ X ١٢) لكل ثور أسبوعيا (١)

وكذلك نصل إلى أنه = ١٠ (هـ+ ٨ل) / (١٨ X ٨) (٢) من (١) ، (٢)

∴ هـ= ١٦ ل وأن ما يأكله الثور فى أسبوع = (٥ / ٣) ل ففى ٦ أسابيع كمية الحشيش التى تنتج من ٤٠ فدانا = ٤٠ هـ+ ٤٠ X ٦ X ل = ٨٨٠ ل لو قسمت هذه على ما

يأكله الثور فى ٦ أسابيع فهو (٣/٥) ل × ٦ أى ١٠ ل

ينتج أن العدد المطلوب من الثيران = ٨٨ ثورا .

وهذه المسألة أورد نيوتن حلا لها فى كتاب له هو The universal mathematic نوردها نقلا عن كتاب The Canterbury Puzzeles by E.Dudney

ملخص حل نيوتن

يقسم نيوتن الثيران ولنفرض عددها ع إلى جزئين س ، ص الأول س يأكل الحشيش الذى ينمو أولا بأول والثانى يأكل الحشيش الموجود أصلا فى الأرض خلال المدة كلها فإذا كانت مساحة الأرض ح والزمن ن

فإن س ∝ ح ولا علاقة لها بالزمن ن ، ص ∝ (ح / ن)

∴ س = أ ح ، أ = صفر ، ص = (ب ح / ن) ، ب = صفر

∴ ع = أ ح + (ح ب / ن) ، أ ، ب ثابتان

∴ ١٢ = ١٠ (أ + ب /١٦) ، ١٨ = ١٠ (أ + ب /٨) وبحل هاتين المعادلتين معا نجد أن

أ = ٠,٦ ، ب = ٩,٦

∴ ع = ح (٠,٦ + ٩,٦ /ن) وبوضع ح = ٤٠ ، ن = ٦

∴ ع = ٨٨ ثورا .





احترس من النساء

١- مشكلة عائلية

الولد تسعة ، الأم ستة الابنة ٢ وبهذا نكون قد نفذنا رغبة الأب .

٢- أين القرش

هذا النوع من المسائل يقع تحت موضوع المتوسط الحسابى كان من الواجب أن تقسم حميدة المجموع الكلى للبرتقال على مجموع القروش أى ٦٠ / ٢٥ فتوجد عدد البرتقالات التى تبيعها بقرش وهى فى هذه الحالة ١٢ / ٥ برتقالة ولكنها لسوء الحظ ظنت أن أسهل الطرق هى أصحها فباعت ٢,٥ برتقالة بقرش ومن هنا نخسر القرش التى صرخت من أجله أمينة .





٣- كثير النسيان

استرشد الأستاذ بالمنجم فبدأ يعد من خ فى اتجاه عقارب الساعة إلى ١٣ (العدد الأوسط فى المربع) وبذا توقف عند ل فوضع تحتها الرقم ١ وهكذا ثم بدأ يعد من بعد (ل=١) إلى ١٣ مرة أخرى فوصل إلى أو كتب أمامها ٢ وهكذا .(مهملا الحروف التى وضع أرقاما تحتها) .

الرسالة كانت : لا تنس عيد زواجنا الخميس ولا شك فى أنها فازت بالهدية .

		٩	٧	٨	١٨	١٧	
٢	أ	ز	ى	د	م	ح	
٦	ع					ت	٣
١٤	أ		١٣			ج	١٢
١٠	و					ل	١٦
٥	س					س	٢٠
١٥	أ	ن	ل	أ	ن	ى	١٩
		١٣	١	١١	٤		

٤- عين الحرة ميزان

لنفرض طولى الذراعين أ ، ب ووزن الكعكة الحقيقى س كجم
إذا ب س = ٣,٢٠٠ أ الوزنة الأولى (قانون الروافع)
أ س = ٢,٥٠٠ ب الوزنة الثانية
بالضرب ∴ أ ب س٢ = ٣,٢ × ٢,٥ أ ب ومنها س
= ٢,٨ كجم تقريبا

٥- أفراح

حسن محامى زوج بيبى ، على مهندس زوج لولى ، أحمد طبيب زوج زيزى .

٦- علبة الحلوى

حيث أنه لا يمكن أن يختفى تماما عدد يتناقص ١ / ١٠ كل مرة فلا بد أن سهير هى التى أكلت القطعة الأخيرة من الحلوى حيث أن آخر ما تبقى كان ٩ / ١٠ عدد سابق وكان

صحيحا فإن آخر مقدار أكلته يقبل القسمة على ٩ وحيث أن عدد الأيام ينحصر بين ١٥ رمضان وقبيل نهاية الشهر فعدد الأيام فى هذه الحالة ٩ (لا يمكن أن يكون ١٨) فإذا تتبعنا الحوادث منذ وصول علبة الحلوى لوجدنا أن عدد القطع كان ٨١ .

٧- بكرة الخيط

فئات النقود كالآتى . قطعة نقود ذات ٥٠ قرشا ، قطعة ذات ٢٥ قرشا ، قطعة ذات ١٠ قروش ، ٢ قطعة ذات ٥ قروش ، ٤ قطع من فئة القرش ثمن البكرة الواحدة ١٩ قرشا واختيار العملة للبكرة الواحدة هى :

١٠ ، ٥ ، ١ ، ١ ، ١ ، ١

والبكرتان ٢٥ ، ١٠ ، ١ ، ١ ، ١

وللثلاث بكرات ٥٠ ، ٥ ، ١ ، ١

والأربع بكرات ٥٠ ، ٢٥ ، ١



٨ - خراب البيوت

الجواب : ١٢٢١ تفاحة (١١ صفا يتكون كل منهما من ١١١ تفاحة) لنفرض أن عدد الصفوف س ، عدد التفاح بكل صف ص .

س ص – ١٠س – ١٠ص = ١

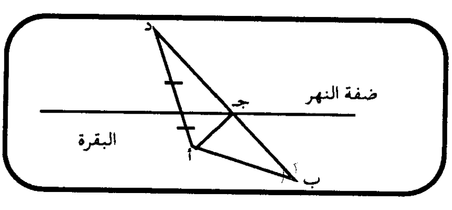
∴ ص (س–١٠) = ١٠ س+١

∴ ص = ١٠ + [١٠١ / (س – ١٠)] أى أن س = ١١ أ ، ١١١ عدد صحيح موجب .

٩- فلاحة شاطرة

ارسم العمود من أ إلى ضفة النهر ومدة على استقامة بقدر نفسه فيقطع ضفة النهر فى جـ .

ومن السهل إثبات أن : أ جـ ب أقصر الطرق .





١٠ - لا تكذبى

سنها الحقيقى سنة فرضا فيكون (٢ / ٣) س = ١٨–٢
ومنها س = ٢٤

١١- من أجل الطورشى

وزن الملح = م٢ / (١٠٠ – ٢م)

١٢- تسع لآلئ

كون من اللآلئ ٣ مجموعات من ٣ عادل مجموعتين فإذا اختلفت الوزنتان فقد وجدت المجموعة التى تحوى الزائفة ، اهتم بهذه المجموعة وعادل لؤلؤة منها مع أخرى من نفس المجموعة فقد تكون الزائفة (وهى أقل وزنا) إحدى هاتين وإلا فهى الثالثة ، أما إذ تعادلت المجموعتان فى أول وزنه كانت الزائفة ضمن المجموعة الثالثة وعليك أن تقوم بنفس العمليات السابقة .



١٣- وسط غير متناسب

كل سنة ممطرة زاد وزن السيدة إلى (٤٠ / ٩) ما كانت عليه وكل سنة جافة نقص وزنها إلى (٤ / ٥) ما كانت عليه . ففى دورة مكونة من ٤ سنوات جافة يضرب وزن السيدة فى [(٩/١٠) × (٥/٤)] ٤ = (٩/٨)٤

فلا بد أن وزنها فى سن الأربعين كان ٦٤ × (٩ / ٨)٤ = ١٠٢,٥١ كجم تقريبا أى تقريبا أى أن السيدة تتقدم بخطوة واسعة نحو الرشاقة !!

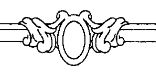
١٤- لا تسكن عند امرأة

على الرجل أن يفصل الحلقة الثالثة ويعطيها لصاحبة البيت فى اليوم الأول ، وفى اليوم الثانى يستعيد (٣) ويعطيها (١) ، (٢) وفى اليوم الثالث يعطيها (٣) مرة أخرى، وفى اليوم الرابع يستعيد (١)، (٢)، (٣) ويعطيها من ٤ : ٧ وفى اليوم الخامس يعطيها (٣) وفى

اليوم السادس يستعيد (٣) ويعطيها (١)، (٢) وفى آخر أيام يعطيها (٣) ونحن نأمل أن يسترد حلقاته جميعاً فى أقرب وقت .

١٥- زوجة لكل أعزب

حيث أن عدد الأزواج = عدد العرائس فلا بد ٤,٢ ٪ من الشبان غير المتزوجين يعادل ٢,٨ ٪ من الإناث وعليه فمن مجموع ٢٨ + ٤٢ = ٧٠ شخصاً لكل ٢٨ رجلاً توجد ٤٢ سيدة أى أن عدد الرجال = (٢٨ / ١٠٠) أو ٤٠ ٪ من عدد غير المتزوجين فى يناير .



١٦- لا تسأل السيدة عن سنها

سنة ميلاد جدها هى ١٨٤٩ (جذرها التربيعى ٤٣) وجذر المربع الكامل فى هذا القرن هو جذر ١٩٣٦ (٤٤) وعليه فعمر الجد ٨٧ سنة فإذا طرحت من هذا ٦٥ كان عمر الفتاة ٢٢ سنة .

١٧- عندما تختلط الفضة بالذهب

عمر الرجل٥٤ سنة ، وعمر السيدة ٤٥ سنة .

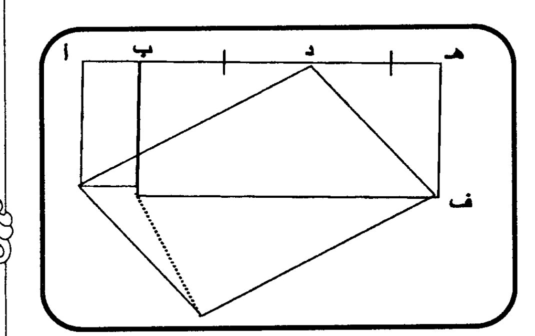
١٨- مشمع الأرضية

يمكن أن يقطع المشمع إلى قطعتين فقط كما ترى فى الشكل كل درجة عرضها ٢٤ ، عمقها ٣ أقدام فإذا أنزلت القطعة اليمنى بمقدار درجة واحدة لأسفل نحو اليسار حصلت على مربع طول ضلعه ١٢ قدم .



١٩- غيرة النساء

شكل المربع



٢٠- إذا حييتم بتحية

الجواب ن ق٢= ٢٨ أى أن ن (ن – ١) /٢ = ٢٨

ومنها ن = ٨

٢١- غضب النساء

ما دام الصراف لا يملك ورقة من فئة الجنيه فالاحتمال الوحيد هو أن معه قطعة واحدة من فئة الخمسين قرشاً، ١ قطعة من فئة ٢٥ قرشا ، ٤ قطع من فئة ١٠ قروش .

٢٢ - نسائيات

السيدة بمبة لم تلبس اللونمع الأسم ولم تلبس الوردي لأن مواجهة السؤال تلبس الوردي .

إذن بمبة تلبس الأسود ، بثيت سمارة ووردة .

سمارة لبست الوردي ، ووردة لبست البمبي .



فهرس الموضاعات